This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

Über dieses Buch

Dies ist ein digitales Exemplar eines Buches, das seit Generationen in den Regalen der Bibliotheken aufbewahrt wurde, bevor es von Google im Rahmen eines Projekts, mit dem die Bücher dieser Welt online verfügbar gemacht werden sollen, sorgfältig gescannt wurde.

Das Buch hat das Urheberrecht überdauert und kann nun öffentlich zugänglich gemacht werden. Ein öffentlich zugängliches Buch ist ein Buch, das niemals Urheberrechten unterlag oder bei dem die Schutzfrist des Urheberrechts abgelaufen ist. Ob ein Buch öffentlich zugänglich ist, kann von Land zu Land unterschiedlich sein. Öffentlich zugängliche Bücher sind unser Tor zur Vergangenheit und stellen ein geschichtliches, kulturelles und wissenschaftliches Vermögen dar, das häufig nur schwierig zu entdecken ist.

Gebrauchsspuren, Anmerkungen und andere Randbemerkungen, die im Originalband enthalten sind, finden sich auch in dieser Datei – eine Erinnerung an die lange Reise, die das Buch vom Verleger zu einer Bibliothek und weiter zu Ihnen hinter sich gebracht hat.

Nutzungsrichtlinien

Google ist stolz, mit Bibliotheken in partnerschaftlicher Zusammenarbeit öffentlich zugängliches Material zu digitalisieren und einer breiten Masse zugänglich zu machen. Öffentlich zugängliche Bücher gehören der Öffentlichkeit, und wir sind nur ihre Hüter. Nichtsdestotrotz ist diese Arbeit kostspielig. Um diese Ressource weiterhin zur Verfügung stellen zu können, haben wir Schritte unternommen, um den Missbrauch durch kommerzielle Parteien zu verhindern. Dazu gehören technische Einschränkungen für automatisierte Abfragen.

Wir bitten Sie um Einhaltung folgender Richtlinien:

+ *Nutzung der Dateien zu nichtkommerziellen Zwecken* Wir haben Google Buchsuche für Endanwender konzipiert und möchten, dass Sie diese Dateien nur für persönliche, nichtkommerzielle Zwecke verwenden.

+ *Keine automatisierten Abfragen* Senden Sie keine automatisierten Abfragen irgendwelcher Art an das Google-System. Wenn Sie Recherchen über maschinelle Übersetzung, optische Zeichenerkennung oder andere Bereiche durchführen, in denen der Zugang zu Text in großen Mengen nützlich ist, wenden Sie sich bitte an uns. Wir fördern die Nutzung des öffentlich zugänglichen Materials für diese Zwecke und können Ihnen unter Umständen helfen.

+ *Beibehaltung von Google-Markenelementen* Das "Wasserzeichen" von Google, das Sie in jeder Datei finden, ist wichtig zur Information über dieses Projekt und hilft den Anwendern weiteres Material über Google Buchsuche zu finden. Bitte entfernen Sie das Wasserzeichen nicht.

+ *Bewegen Sie sich innerhalb der Legalität* Unabhängig von Ihrem Verwendungszweck müssen Sie sich Ihrer Verantwortung bewusst sein, sicherzustellen, dass Ihre Nutzung legal ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass ein Buch, das nach unserem Dafürhalten für Nutzer in den USA öffentlich zugänglich ist, auch für Nutzer in anderen Ländern öffentlich zugänglich ist. Ob ein Buch noch dem Urheberrecht unterliegt, ist von Land zu Land verschieden. Wir können keine Beratung leisten, ob eine bestimmte Nutzung eines bestimmten Buches gesetzlich zulässig ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass das Erscheinen eines Buchs in Google Buchsuche bedeutet, dass es in jeder Form und überall auf der Welt verwendet werden kann. Eine Urheberrechtsverletzung kann schwerwiegende Folgen haben.

Über Google Buchsuche

Das Ziel von Google besteht darin, die weltweiten Informationen zu organisieren und allgemein nutzbar und zugänglich zu machen. Google Buchsuche hilft Lesern dabei, die Bücher dieser Welt zu entdecken, und unterstützt Autoren und Verleger dabei, neue Zielgruppen zu erreichen. Den gesamten Buchtext können Sie im Internet unter `http://books.google.com` durchsuchen.

$B 26 234

Theorie

der

parabolischen Brückengewölbe

oder

das Grundgesetz des Horizontalschubs

in seiner Anwendung auf Brückengewölbe

unter der ausschliesslichen Wirkung vertikaler Aussenkräfte,

entwickelt an dem Beispiel einer gewölbten Bahnüberbrückung

von

Heinrich Haase,

kgl. bayer. Bezirksingenieur bei dem kgl. Oberbahnamte Regensburg.

YC 13003

Mit fünf Blättern graphischer Darstellungen.

Regensburg 1899.

Kommissionsverlag der Nationalen Verlagsanstalt

(früher G. J. Manz).

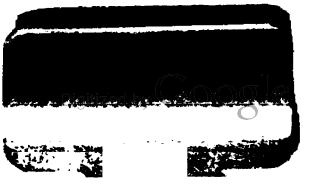
Digitized by Google

REESE LIBRARY
OF THE
UNIVERSITY OF CALIFORNIA.
Received August, 1900.
Accession No. 80737. Class No.

Digitized by Google

Digitized by Google

REESE LIBRARY
OF THE
UNIVERSITY OF CALIFORNIA.
Received August, 1900.
Accession No. 80737. Class No. .....



Digitized by Google

Digitized by Google

Theorie

der

parabolischen Brückengewölbe

oder

das Grundgesetz des Horizontalschubs

in seiner Anwendung auf Brückengewölbe

unter der ausschliesslichen Wirkung vertikaler Aussenkräfte,

entwickelt an dem Beispiel einer gewölbten Bahnüberbrückung

von

Heinrich Haase,

kgl. bayer. Bezirksingenieur bei dem kgl. Oberbahnamte Regensburg.

Motto: Mit Gott für Licht und Wahrheit.

REESE LIBRARY OF THE UNIVERSITY OF CALIFORNIA

Mit fünf Blättern graphischer Darstellungen.

Regensburg 1899.

Kommissionsverlag der Nationalen Verlagsanstalt

(früher G. J. Manz).

Digitized by Google

-TG 327
H6

80737

Alle Rechte vorbehalten.

Druck der Nationalen Verlagsanstalt Regensburg.

Digitized by Google

Inhaltsverzeichnis.

	Seite
Vorwort	V
Einleitung	1
I. Kapitel. Feststellung der allgemeinen Anordnung und der Hauptausmaasse eines nach der neuen Gewölbetheorie auszuführenden Bauwerkes. Hierzu Brückenplan . . .	6
II. Kapitel. Aufstellung allgemeiner Normen für Berechnung und Konstruktion des Hauptbrückenbogens	8
III. Kapitel. Entwicklung der allgemeinen Relationen für Bestimmung der Profilmittellinie und der Vertikalneigungen φ_x der zugehörigen Kurvennormalen parabolischer Tonnengewölbe. Hierzu Figur 1	11
IV. Kapitel. Anwendung der in Kapitel III entwickelten statisch-mathematischen Relationen auf die Berechnung der Profilmittellinie des Hauptbrückenbogens und der Vertikalneigungen φ_x der Kurven-Normalen hierzu nebst Konstruktion des Gewölbprofils für grösste symmetrische Vollbelastung der Brücke. Hierzu Brückenplan nebst Figur 1 und Tabelle I	21
V. Kapitel. Über die Gestaltung der Stützebenen parabolischer Brückengewölbe im Baugrunde. (Hierzu Figuren 2, 3 und 4.)	29
VI. Kapitel. Das Hagen'sche Princip der sichersten Mitteldruckslinie. Einleitende Darlegungen . . .	35
VII. Kapitel. Aufstellung der notwendigen Relationen zur Berechnung der sichersten Mitteldruckslinie für ungünstigste Gewölbebelastung, sowie für jede andere Belastung, deren nach dem Grundgesetze des Horizontalschubs berechnete Mitteldruckslinie nicht mit der Mittellinie des Gewölbeprofils koincidiert	40
VIII. Kapitel. Beispiel der Anwendung der im VII. Kapitel aufgestellten Berechnungsnormen auf die Berechnung der sichersten Mitteldruckslinie für grösste symmetrische Vollbelastung des Hauptbrückenbogens und vergleichende Berechnungen. Hierzu Tabelle II	43

Digitized by Google

Seite

IX. Kapitel. Entwicklung der allgemeinen Berechnungsnormen und Relationen für Bestimmung der grössten Druck- und Zugspannungen in den Querschnittskanten parabolischer Tonnengewölbe. Hierzu Figur 6 47

X. Kapitel. Anwendung der im IX. Kapitel entwickelten Relationen auf die Berechnung der grössten Druck- und Zugspannungen in den Scheitelkanten des Hauptbrückenbogens. Hierzu Figuren 5a und 5b, sowie Tabellen III und IV . . 51

XI. Kapitel. Noch einige wichtige Erörterungen über die statische Sicherheit gewölbter Brücken als Ergänzung zum VI. Kapitel. Hierzu Figur 13 62

XII. Kapitel. Die Leibbrand'schen Objekte und bedeutungsvolle Beweiskraft der an denselben angestellten Beobachtungen für die neue Gewölbetheorie des Verfassers. Hierzu Tabelle V 70

XIII. Kapitel. Die steigenden parabolischen Tonnengewölbe. Hierzu Figuren 8a, 8b und 8c 79

XIV. Kapitel. Berechnung der parabolischen Sparbögen über dem Haupttragbogen der Bahnüberbrückung und der zugehörigen Beanspruchungen der Zwischenpfeiler. Hierzu Figuren 10a, 10b, 11 und Tabelle VI 82

XV. Kapitel. Berechnung der parabolischen Stirnflügelgewölbe und der zugehörigen grössten Pfeilerbeanspruchungen. Hierzu Figuren 9, 10a, 10b und Tabelle VII 87

XVI. Kapitel. Berechnung der parabolischen Überwölbung der Pfeilerdurchbrechungen. Hierzu Figur 12 und Tabelle VIII 91

XVII. Kapitel. Entwicklung allgemeiner Relationen zur Berechnung der Flächeninhalte parabolischer Tonnengewölbe-Profile 91

XVIII. Kapitel. Anwendung der im XVII. Kapitel aufgestellten allgemeinen Relationen auf Berechnung der Flächeninhalte der parabolischen Gewölbeprofile der projektierten Bahnüberbrückung. Hierzu Figuren 7, 9, 11 und 12 (Gewölbprofile) 99

XIX. Kapitel. Schlussresumé 103

Digitized by Google

Vorwort.

Die wesentlichen Teile der nachstehend in ihren Hauptumrissen entwickelten Theorie der parabolischen Brückengewölbe datieren bereits aus dem Jahre 1879 und waren ursprünglich dazu bestimmt, die wissenschaftliche Grundlage zu einer später (1883) in der Wiener „Allgemeinen Bauzeitung" veröffentlichten Abhandlung über die in den Jahren 1875—76 unter meiner Leitung und nach meinen Entwürfen auf der Pegnitzthalbahn in der Nähe des oberfränkischen Städtchens Pegnitz ausgeführten Bahnbrücken mit parabolischen Gewölben zu bilden, welche wohl die ersten derartig gewölbten Brücken in Deutschland, ja vielleicht auf der ganzen Erde sein dürften.

Die Entwicklung dieser neuen Gewölbetheorie in Form einer wissenschaftlichen Begründung zu einer auszuführenden gewölbten Bahnüberbrückung habe ich hauptsächlich deshalb gewählt, weil mir eine derartige Entwicklung für die praktische Anwendung der neuen Theorie auf Konstruktion und Berechnung gewölbter Bauwerke am geeignetsten erschien, eine Anschauung, welche ich bereits im Vorberichte zu dem 1886 erschienenen Erstlingswerke meiner neuen

Digitized by Google

Bogen- und Gewölbetheorie, die Anwendung derselben auf Eisenkonstruktionen enthaltend, (Seite VII) näher ausgeführt habe.

Im übrigen stellt das in dieser Schrift nach den Normen meiner neuen Gewölbetheorie berechnete und konstruierte Brückenbauwerk thatsächlich ein Alternativprojekt zu einer noch im Laufe dieses Jahres nach den für die bayerischen Staatseisenbahnen bestehenden Normalplänen auszuführenden gewölbten Bahnüberbrückung dar, deren Projektierung mir übertragen war.

Nachdem mir indessen zufolge Nichtgenehmigung der Ausführung fraglichen Alternativprojektes die erhoffte und nach besten Kräften angestrebte Möglichkeit entzogen ist, die praktische Bedeutung der neuen Gewölbetheorie an einem ausgeführten Bauwerke auch dem Nichttheoretiker, sowie dem Laien im Ingenieurbauwesen verständlich und anschaulich vor Augen zu führen, so sehe ich mich nunmehr im Interesse des rationellen Fortschritts unseres Ingenieurbauwesens um so dringender veranlasst, zur thunlichsten Förderung des so lange Zeit mangels einer richtigen und praktisch leicht verwertbaren Gewölbetheorie unverhältnismässig zurückgebliebenen Gewölbebaues die zur theoretischen Begründung vorliegenden Bauwerkes dienenden wissenschaftlichen Darlegungen und Entwicklungen der Öffentlichkeit zur Prüfung und Beurteilung zu unterbreiten und hierdurch einer ernsten Ehrenpflicht gegen unser gesamtes Bauwesen zu genügen, in deren getreuer Erfüllung auch unter den schwersten Opfern mich in der sachlich fest- und tiefbegründeten Überzeugung von der principiellen Unwiderlegbarkeit meiner neuen Theorie der Ingenieurbauwerke und der unabsehbaren praktischen Tragweite derselben für den rationellen

Digitized by Google

Fortschritt unseres Gesamtbauwesens alle scheinbaren Misserfolge meiner beharrlichen Bestrebungen — denn thatsächliche Misserfolge könnten mir nur durch streng wissenschaftliche Widerlegung meiner Doktrinen bereitet werden — ferner alle noch so trüben Erfahrungen, sowie alle seit länger als zwei Decennien erduldeten und ferner noch zu erduldenden Martyrien unter Gottes Schutz und Beistand nicht beirren werden.

Regensburg im April 1899.

H. Haase.

Digitized by Google

Digitized by Google

REESE LIBRARY OF THE UNIVERSITY OF CALIFORNIA

Einleitung.

Die nachfolgenden statischen Berechnungen und deren theoretische Begründung stützen sich auf das von dem Verfasser entdeckte und sowohl statisch-mathematisch als auch experimentell als prinzipiell richtig nachgewiesene „Grundgesetz des Horizontalschubs versteifter Tragbögen kontinuierlichen Systems", ein unter gewissen, bei statisch korrekter Bauart sich von selbst verstehenden Bedingungen für alle im Bauwesen zur Ausführung gelangende Bogenkonstruktionen ohne Unterschied des Materials, ob Mauerwerk, Stampfbeton, Eisen, Stahl oder Holz, giltiges Gesetz, welches demgemäss für unser gesamtes Bauwesen von weittragendster Bedeutung sein dürfte.

Die statisch-mathematischen und experimentellen Nachweise hierzu wurden im Jahre 1897 in einer mit erläuternden graphischen Darstellungen versehenen Druckschrift veröffentlicht, welche im Kommissionsverlage von Hermann Bauhof in Regensburg unter dem Titel:

Das Grundgesetz des Horizontalschubs
versteifter Tragbögen kontinuierlichen Systems,
statisch-mathematisch und experimentell nachgewiesen
von
Heinrich Haase,

erschienen und seit Anfang dieses Jahres samt meinen übrigen bisher erschienenen Schriften in den Verlag der Nationalen Verlagsanstalt München-Regensburg übergegangen ist.

Nachdem eine Wiedergabe jener Beweise an dieser Stelle schon des auf das absolut Notwendigste für vorliegenden Zweck zu beschränkenden Raumes wegen nicht angezeigt erscheint, möge es mir gestattet sein, die geehrten Leser lediglich auf fragliche Beweisführungen, sowie zur ergänzenden Klarstellung des Verhältnisses meiner neuen Theorie zu den bisherigen

Digitized by Google

Bogen- und Balkentheorien auf die nunmehr gleichfalls durch die Nationale Verlagsanstalt dahier zu beziehende Druckschrift:

Kritische Betrachtungen

über die

Navier'sche Bogentheorie und die neuere Elasticitätstheorie

kontinuierlicher Fachwerkstragbögen

von

Heinrich Haase

hinzuweisen und beide Schriften Ihrer geneigten Aufmerksamkeit zu empfehlen.

Es dürfte wohl als selbstverständlich zu erachten sein, dass ingenieurwissenschaftliche Schriften, wie die meinigen, welche in zielbewusstem Vorwärtsstreben, um die Haupthemmnisse des zeitgemässen rationellen Fortschrittes auf bautechnischem Gebiete möglichst gründlich zu beseitigen, die Axt an die Wurzel dieser Hemmnisse zu setzen wagen, indem sie gegen teilweise seit Jahrhunderten eingewurzelte und eingerostete irrige Grundanschauungen, sowie gegen den allen gedeihlichen Fortschritt hemmenden schablonenhaften und geisttötenden Dogmatismus mit seinem schwulstigen Formelnkram, wie er leider auf bautechnischem Gebiete so lange schon seinen lähmenden Einfluss übt, in die Schranken treten, mit unendlichen Schwierigkeiten und Hindernissen zu kämpfen haben und daher langer Zeit bedürfen, um durch successive Überwindung der sich ihnen entgegentürmenden Hindernisse und Widerstände aller Art allmählich einer neuen Ära zeitgemässen höheren Aufschwunges und rationellen Fortschrittes auf bautechnischem Gebiete Bahn zu brechen und auf solche Weise unserer Bautechnik einen ebenbürtigen Platz neben der in riesenhaftem Aufschwunge begriffenen Maschinentechnik zu erringen, welchen erstere ungeachtet aller überschwänglichen Verherrlichungen unserer kolossalen Errungenschaften auf bautechnischem Gebiete, in welchen sich unsere Bauzeitungen und offiziellen Festredner gegenseitig zu überbieten suchen, zur Zeit in Wirklichkeit leider keineswegs einnimmt.

Denn die in neuester Zeit ausgeführten grossartigen eisernen Hänge- und Sprengbogenbrücken, welche die staunende Bewunderung der Welt erregen und auf welche unsere Bautechniker mit so stolzem Selbstgefühle blicken, dürften doch wohl mit mehr Recht als Meisterwerke der Maschinentechnik, ohne deren mächtige Beihilfe überhaupt grossartige Bauwerke

Digitized by Google

weder in Stein noch in Eisen ausführbar wären, als der eigentlichen Ingenieurbautechnik zu erachten sein. Sind es ja doch thatsächlich meist Maschinentechniker, z. B. in Deutschland Ingenieure der Maschinenbau-Aktiengesellschaft Nürnberg, der Esslinger Maschinenfabrik, der Gutehoffnungshütte und anderer grosser Fabriketablissements, welche diese Bauwerke im Bunde mit tüchtigen Architekten zur monumentalen dekorativen Ausstattung entworfen, berechnet und ausgeführt haben, nicht aber die eigentlichen Bauingenieure, welche in der Regel nur die plan- und bedingnisgemässe Ausführung zu überwachen haben.

Was aber an diesen Eisenkonstruktionen von den Theoretikern des Ingenieurbauwesens selbst herrührt, nämlich die statische Berechnung, ist, soweit der letzteren die bisherigen Bogentheorien zu Grunde liegen, wie ich in meinen veröffentlichten Schriften bereits annähernd bewiesen zu haben glaube und wie die Schöpfer derartiger Bauwerke wohl selbst recht gut zu beurteilen wissen, von streng wissenschaftlichem Standpunkte betrachtet, nichts weniger als einwandfrei.

Das zu Ende gehende „eiserne“ Jahrhundert kann wohl in jeder Beziehung als das Jahrhundert der Triumphe der Maschinentechnik bezeichnet werden, während dagegen die eigentliche Ingenieurbautechnik als solche, wie sehr man auch diese missliche Thatsache auf jede Weise zu verschleiern suchen möge, in Wahrheit hauptsächlich zufolge Mangels eines zielbewussten, einträchtigen Zusammenwirkens von Theorie und Praxis weit zurückgeblieben ist. Auf entsprechende Änderung dieses Missverhältnisses zu Gunsten der Ingenieurbautechnik nach besten Kräften und mit dem mir hierzu geeignetst scheinenden Mittel, nämlich durch Schaffung einer sicheren, statisch-mathematisch streng richtigen und allen Bedürfnissen der ausführenden Praxis thunlichst genügenden wissenschaftlichen Grundlage hinzuwirken, ist seit mehr als zwei Decennien mein beharrlich verfolgtes, ernstes, eifrigstes und unentwegt vor keinem Opfer zurückscheuendes Bestreben und in diesem Streben sollten sich bei richtiger Würdigung der Sachlage alle Bautechniker, welchen der rationelle Fortschritt unseres Bauwesens und speciell die Hebung des berechtigten Ansehens der Bauingenieure am Herzen liegt, und zwar allen voran die wissenschaftlich höher gebildeten Bautechniker, durch thatkräftige Unterstützung meiner grossen Sache, die ja ihrer aller Sache ist, in Wort und Schrift

Digitized by Google

mit mir vereinigen. Ein derartiges Eintreten für meine Sache dürfte aber nur dann wahrhaft fruchtbringend und von nachhaltiger Wirkung sein, wenn es sich auf die durch eingehendes Studium meiner veröffentlichten Schriften gewonnene Überzeugung von der wissenschaftlichen Unanfechtbarkeit und weittragenden praktischen Bedeutung der neuen Lehren gründet, wenn also vor allem diese Schriften in den massgebenden Kreisen studiert und entsprechend gewürdigt werden.

Ist hierzu Aussicht vorhanden? Ich glaube ungeachtet aller gemachten tieftraurigen Erfahrungen und schmerzlichen Enttäuschungen, an welchen mein Leben so reich ist, zur Ehre des Standes der Ingenieurbautechniker, welchem ich angehöre, doch einigen Grund zu haben, in dieser Beziehung nicht jeder Hoffnung zu entsagen. — Ich glaube nämlich, aus gewissen Anzeichen schliessen zu dürfen, dass der in meinen bisher veröffentlichten Schriften ausgestreute Same bereits befruchtende Keime zu entwickeln und der prometheische Funke der richtigen Erkenntnis in den zuständigen Fachkreisen allmählich zu zünden beginnt.

Zu dieser Anschauung veranlassen mich vor allem zwei in hohem Grade anerkennende Urteile über vorzitierte beide Schriften, welche jedenfalls aus der Feder eines sachkundigen und von der Richtigkeit meiner neuen Doktrinen auf Grund eigenen Studiums überzeugten Fachmannes in einem rühmlichst bekannten, unabhängigen und weitverbreiteten technischen Fachblatte, nämlich im Jahrgange 1897 der in Leipzig, Berlin und Wien erscheinenden Zeitschriften Uhland's erschienen sind und welche ich ihres für die Sache meiner neuen Theorie bedeutungsvollen Inhaltes wegen hier wörtlich folgen lasse.

Nach Voranstellung der vollen Titel beider Schriften ist der fernere Wortlaut fraglicher Artikel folgender:

Erster Artikel über die Schrift: „Das Grundgesetz des Horizontalschubs etc.“ in Nr. 39 vom 30. September 1897 der Uhland'schen Verkehrszeitung:

„Auf vollständig neuen Grundlagen sucht Ver-
„fasser die Theorie der Bögen und Gewölbe zu ent-
„wickeln und die Richtigkeit des von ihm entdeckten
„Grundgesetzes des Horizontalschubs versteifter
„kontinuierlicher Tragbögen durch streng mathe-
„matische Beweise, wie auf experimentellem Wege
„zu bekräftigen. Der vom Verfasser entdeckte

Digitized by Google

„Grundsatz wird zweifelsohne für die Ingenieur-
„wissenschaft von weittragender Bedeutung werden
„und dem Autor gebührt für das Wagnis der Ver-
„öffentlichung seiner den herrschenden wissen-
„schaftlichen Anschauungen auf dem Gebiete der
„Bogen- und Gewölbetheorien entgegentretenden
„Schrift volle Anerkennung. — Unseres Erachtens
„ist durch diese Arbeit ein im Ingenieurbauwesen
„bedeutender Schritt vorwärts gethan.

„Die Schrift zerfällt in zwei Teile; im ersten
„Teil werden die statisch-mathematischen, im zwei-
„ten die experimentellen Nachweise geliefert. Dem
„Text ist eine Anzahl zum grossen Teil in Licht-
„druck ausgeführter Tafeln beigegeben. K.“

Zweiter Artikel über die Schrift: „Kritische Betrachtungen etc.“ in der Inseratenbeilage zum XXX. Jahrgange von Uhland's Zeitschriften, Nr. 49 vom 9. Dezember 1897:

„Die Unklarheit der aus der Navier'schen Bo-
„gentheorie hervorgegangenen Formeln veranlasste
„den Verfasser, in dem vorbezeichneten Werkchen
„eine durchweg neue, den modernen Anforderungen
„des Hoch- und Brückenbaues entsprechende Bogen-
„theorie zu entwickeln und dabei gleichzeitig an
„der von Navier begründeten Elasticitätstheorie
„der Bögen, sowie an dem von Professor Mohr ge-
„schaffenen Berechnungsverfahren kontinuierlicher
„Fachwerkstragbögen scharfe Kritik zu üben.

„Die charakteristischen Merkmale der nach den
„Theorien des Verfassers ausgeführten Ingenieur-
„bauwerke bestehen gegenüber Bauwerken nach an-
„deren Theorien zweifelsohne in den bedeutenden
„ökonomischen Vorteilen, welche solche nach einer
„richtigen Theorie berechneten und ausgeführten
„Bauwerke gewähren. Das Werkchen erscheint ge-
„eignet, der Ingenieurbautechnik neue Bahnen zu
„eröffnen. K.“

Ich glaube hiermit eine angenehme Pflicht zu erfüllen, wenn ich mir gestatte, an dieser Stelle der verehrlichen Redaktion der Uhland'schen Zeitschriften, sowie dem Herrn Verfasser vorstehender Artikel, durch welche nicht nur mir selbst, sondern auch zweifellos der Sache der Wahrheit und des rationellen Fortschrittes auf bautechnischem Gebiete in Theorie

Digitized by Google

und Praxis ein grosser und wichtiger Dienst geleistet ist, für diese rückhaltslose und ehrenvolle Anerkennung meines litterarischen Wirkens und Strebens auf bautechnischem Gebiete öffentlich meinen tiefgefühlten Dank auszusprechen.

Vivant sequentes!

I. Kapitel.

Feststellung der allgemeinen Anordnung und der Hauptausmaasse eines nach der neuen Gewölbetheorie auszuführenden Bauwerkes.

Hierzu Brückenplan.

Das nach der neuen Gewölbetheorie auszuführende Bauwerk ist eine zur Überführung eines ländlichen Ortsverbindungsweges über einen zweigeleisigen Bahneinschnitt dienende gewölbte Brücke. Dieselbe soll als organisch gegliedertes Bauwerk und zwar gleich anderen bereits ausgeführten Bahnüberbrückungen durchweg in Portlandcement-Stampfbeton unter strenger Beachtung der von der Generaldirektion der k. b. Staatseisenbahnen aufgestellten allgemeinen Direktiven derart konstruiert und ausgeführt werden, dass alle Konstruktionsteile möglichst günstig beansprucht werden und der seitliche Erddruck bei statischer Berechnung des Bauwerks nicht in Betracht gezogen zu werden braucht.

Letzterer Bedingung entspricht, wie bewiesen werden wird, bei gleichzeitiger grösster Materialersparnis die parabolische Bogenform sowohl für den beiderseits bis zur Fundamentsohle hinabreichenden Hauptbrückenbogen, als auch für die übrigen Gewölbe und Bögen, welche teils zur Überwölbung der zwischen den auf den Hauptbrückenbogen aufgesetzten durchbrochenen Pfeilern befindlichen Hohlräume, teils zum Ersatze der durch Erdhinterfüllung stets ungünstig beanspruchten Stirnflügel durch überwölbte Seitenöffnungen, teils auch zur Überwölbung der Pfeilerdurchbrechungen dienen.

Die Gesamtlänge der Brücke beträgt für die $1^1/_2$ maligen Böschungen des zu überbrückenden Bahneinschnittes und die sonstigen konstruktiven Voraussetzungen 31,60 m, die Brückenbreite zwischen den vertikalen Stirnebenen der Brücke 4,0 m und die nutzbare Breite des Brückenplanums 4,3 m, wovon 3,3 m auf die eigentliche gepflasterte Fahrbahn und je 0,5 m auf jeden der beiderseitigen durch die Gesimsplatten gebildeten erhöhten Fusswege treffen.

Digitized by Google

Die Betonpfeiler über dem Hauptbrückenbogen sind zur entsprechenden Verteilung der Brückenlast über den Hauptbogen bei 0,4 m Stärke in Abständen von je 1,4 m von Mitte zu Mitte und daher mit dazwischen befindlichen Lichtöffnungen von je 1,0 m Weite angeordnet und stehen je drei solcher Zwischenpfeiler auf jedem der beiden Gewölbschenkel.

Die beiderseitigen Stirnflügelgewölbe, von welchen zwei von je 2 m Lichtweite auf jeder Seite des Hauptbrückenbogens angeordnet sind, werden durch 0,9 m starke durchbrochene, über den Hauptbogenfundamenten errichtete Hauptpfeiler von dem Hauptbrückenbogen und den darüber befindlichen Sparbögen getrennt und ist diese Trennung nach aussen durch schräg anlaufende Pfeilervorsprünge architektonisch gekennzeichnet. Die die beiderseitigen Stirnflügelgewölbe tragenden durchbrochenen Zwischenpfeiler haben Stärken von je 0,6 m und sämtliche Pfeilerdurchbrechungen Lichtweiten von je 1,6 m.

Das Verdrückungsverhältnis der inneren Gewölblinien sämtlicher Nebengewölbe ist übereinstimmend gleich $^1/_2$ angenommen. Die Lichthöhe des Hauptbrückenbogens über der in einer Geraden liegenden Geleisunterkante beträgt 5,8 m. Die Konstruktionsdicke über der inneren Scheitellinie des Hauptbrückenbogens, sowie über den inneren Scheitellinien sämtlicher Gewölbe über und zu beiden Seiten des letzteren beträgt gleichmässig 1,0 m. — Die Brückenfahrbahn liegt zu beiden Seiten des Hauptbogenscheitels in gleichen Steigungen und Neigungen von je 4 %, welche durch einen Kreisbogen von 100 m Radius und 8 m Länge ineinander übergeführt sind.

Zur Bestimmung der Pfeilhöhe der mittleren 10 m des Bogenprofils dient die Bedingung, dass die vorhandenen eisernen Lehrgerüste für gewölbte Bahnüberbrückungen, welche das Normalprofil des lichten Raumes für die freie Doppelbahnstrecke umschliessen, sich innerhalb dieser 10 m der unteren Gewölblinie geeignet anschliessen sollen.

Vorstehende Angaben und Ausmaasse, durch welche der Brückentypus nach Form und Grössenverhältnis in allen Einzelheiten genau festgestellt ist, dienten zur Konstruktion des der genaueren Berechnung des Bauwerks zu Grunde gelegten ersten Brückenentwurfes.

Digitized by Google

II. Kapitel.

Aufstellung allgemeiner Normen für Berechnung und Konstruktion des Hauptbrückenbogens.

Der Berechnung des Hauptbrückenbogens liegen ebenso, wie der Berechnung aller Brückengewölbe nach der neuen Theorie des Verfassers folgende zwei bei der Ausführung möglichst genau einzuhaltende Hauptbedingungen zu Grunde:

I. Die Druckfestigkeit des Bogenmaterials soll an allen Punkten je eines und desselben Normalschnittes des Gewölbes die gleiche sein, während in verschiedenen Normalschnitten des Gewölbes verschiedene specifische Druckfestigkeiten des Materiales statthaft sind. — Dieser nur bei vollständiger Homogenität des Mauerkörpers in jedem einzelnen Gewölbequerschnitt mit Sicherheit erfüllbaren Bedingung dürfte durch guten Portlandcement-Stampfbeton wohl noch besser, als durch irgend eine andere Mauerwerksgattung entsprochen werden können.

II. Der Baugrund soll an allen Punkten der Stützflächen des Brückengewölbes gleichen Druckwiderstand leisten. Wo diese Bedingung durch den natürlichen Baugrund nicht erfüllt wird, muss derselbe durch künstliche Festigung der Erfüllung der gestellten Bedingung möglichst angenähert werden. Bei vorliegendem Bauwerke wird letztere Bedingung durch den vorhandenen guten natürlichen Baugrund (festgelagerter Kies) schon an sich ausreichend erfüllt.

Entspricht die Ausführung des Bauwerks der zweiten der vorbezeichneten beiden Grundbedingungen, so gehen, wie in der in der Einleitung citierten Druckschrift (Kap. III und XIII) statisch-mathematisch und experimentell nachgewiesen ist, die Mitteldruckslinien für sämtliche Belastungen eines Tragbogens kontinuierlichen Systems durch die Schwerpunkte der beiderseitigen Stützflächen der Bogenschenkel hindurch, welche Schwerpunkte bei richtig konstruierten und ausgeführten Brückengewölben identisch sind mit den Stützpunkten der Profilmittellinie oder Schwerpunktsaxe des Gewölbeprofils in der durch jene Schwerpunkte gelegten vertikalen Profilebene.

Hierbei muss schon an dieser Stelle ausdrücklich betont werden, dass eigentlichen, in Querschnittsform und Fugenrichtung von dem Brückengewölbe verschiedenen Widerlagsmauern

Digitized by Google

eine statische Berechtigung nur in Bezug auf die Zwischenstützpfeiler je zweier unmittelbar aufeinanderfolgender Brückengewölbe zuerkannt werden kann, bei welchen die in entgegengesetzten Richtungen wirkenden horizontalen Komponenten der Druckresultanten sich gegenseitig ganz oder teilweise aufheben, während im übrigen die Druckresultanten des Gewölbes sich durch derartige Widerlagskörper hindurch, wie auch dieselben gestaltet sein mögen, bis beiderseits hinab zum Baugrunde in der Richtung der statisch richtig konstruierten Mitteldruckslinien fortpflanzen, woraus sich alsdann das Hinabreichen der beiderseitigen, nicht an Zwischenpfeiler stossenden Schenkel von Brückengewölben in normaler Profilform bis zum Baugrunde als einzig statisch begründete Konstruktionsnorm mit logischer Konsequenz ergiebt.

Was nun die Berechnung der Profilform des Hauptbrückenbogens unserer Bahnüberbrückung anbelangt, so wurde der Berechnung der Profilmittellinie an sich den Normen der neuen Gewölbetheorie gemäss das ständige Eigengewicht der Brücke als massgebende Belastung zu Grunde gelegt, während für erstmalige Bestimmung der normalen Gewölbestärken bei Annahme gleicher, den konstanten Werten des Horizontalschubs entsprechender Vertikalprojektionen derselben die grösste symmetrische Vollbelastung unter der allerdings nicht genau zutreffenden Voraussetzung gleicher Pfeilhöhe der zugehörigen Mitteldruckslinie mit jener für das ständige Eigengewicht der Brücke als massgebend angenommen wurde.

Hat man in vorbezeichneter Weise das normale Bogenprofil berechnet, so ist noch zu untersuchen, ob dasselbe auch den grössten Biegungsmomenten im Bogenscheitel genügenden Widerstand zu leisten vermag und, falls solches nicht zutrifft, die Scheitelstärke des Gewölbes entsprechend zu vergrössern.

Zur Bestimmung der grössten symmetrischen Vollbelastung dürfte es in allen Fällen ausreichen, den auf die veränderliche Verkehrsbelastung treffenden Teil derselben gleichmässig über die Bogenstützweite verteilt zu denken. Im vorliegenden Falle wurde die auf Bogenmaterial vom specifischen Gewichte

$$\sigma = 2{,}2 \qquad 1.$$

reducierte Belastungshöhe der veränderlichen Belastung unter Hinzurechnung einer grösseren Schneelast zur grössten Verkehrsbelastung

$$\Delta\, b_o = 0{,}26 \text{ m} \qquad 2.$$

angenommen. — Bezüglich der Konstruktion der normalen

Digitized by Google

Gewölbstärken des Bogenprofils für grösste symmetrische Vollbelastung gilt alsdann allgemein die Regel:

3. Die Vertikalprojektionen sämtlicher Normalschnitte des Gewölbeprofils sind entsprechend dem konstanten Werte des Horizontalschubs für grösste symmetrische Vollbelastung gleich den berechneten Gewölbstärken im Bogenscheitel anzunehmen.

Hiernach ist das normale Gewölbprofil nach Bestimmung der Profilmittellinie leicht mit Hilfe der bekannten Vertikalneigungen der zugehörigen Kurven-Normalen zu konstruieren.

Zur Bestimmung der die grössten Biegungskräfte erzeugenden veränderlichen Belastung hat man behufs Erzielung möglichst richtiger Resultate die Wirkung konzentrierter Lasten (Räderdruck) in Rechnung zu ziehen und es wird in dieser Beziehung später (Kap. IX) bewiesen werden, dass die absolut grössten Biegungskräfte, d. h. die grössten Zug- und Druckspannungen in den Kanten der Gewölbequerschnitte dem Grundgesetze des Horizontalschubs gemäss im Scheitel kontinuierlicher Tragbögen entstehen, sowie dass dieselben erzeugt werden durch direkte Belastung des Bogenscheitels und der demselben beiderseits zunächstliegenden Gewölbstrecken, deren Grenzen sowohl rechnerisch als graphisch genau bestimmt werden können.

Ist der vertikale Abstand e der das grösste Biegungsmoment im Bogenscheitel erzeugenden Horizontalkraft

4. $$\hat{H} = \hat{H}_p + \hat{H}_v,$$

wobei $\hat{H}_p$ und $\hat{H}_v$ bezw. die von der ständigen (permanenten) und von der veränderlichen Belastung herrührenden Komponenten derselben bezeichnen, bestimmt, so berechnen sich die zugehörigen grössten Druck- und Zugspannungen per Flächeneinheit d. h. die specifischen Druck- und Zugspannungen im Scheitelquerschnitte q_o des Gewölbes aus folgenden allgemeinen Relationen:

5. $$\text{Max } \hat{b} = -\frac{\hat{H}}{q_o}\left(1 + \frac{6\,e)}{q_o}\right); \quad \text{Min } \hat{b} = \text{Max } \hat{a} = -\frac{\hat{H}}{q_o}\left(1 - \frac{6\,e}{q_o}\right),$$

wobei für Gewölbe $\hat{H}$ als Druckkraft mit einem negativen Vorzeichen versehen ist, ein Vorzeichen, welches der Einfachheit wegen da, wo es die Unterscheidung zwischen Druck- und Zugkräften nicht erfordert, wie ich schon hier bemerken will, häufig weggelassen ist. Gleichwohl darf nie vergessen werden, dass den in Gewölben wirkenden Kräften als Druckkräften in der Regel ein negatives Vorzeichen zugehört.

Digitized by Google

Die Relationen 5 sind allerdings nur unter der Voraussetzung gleicher Elasticitätsmoduli des Bogenmaterials für Druck und Zug streng richtig, eine Voraussetzung, die bekanntlich für Steinmaterial und Mauerwerk den hierüber angestellten Versuchen gemäss im allgemeinen nicht genau zutrifft. Nachdem es sich aber bei derartigen Berechnungen überhaupt nicht um mathematisch genaue, sondern nur um annähernd richtige Bestimmung der betreffenden Druck- und Zugspannungen handeln kann, aus Gründen, die sich aus den späteren Darlegungen ergeben werden, so dürften diese Relationen gleichwohl ihrem Zwecke in jeder Beziehung vollkommen genügen.

Ist Min $\hat{b}$, bezw. Max $\hat{a}$ gegeben und sind ferner die Grössen $\hat{H}$ und e berechnet, so lässt sich unter Benützung der vorstehenden allgemeinen Relationen der entsprechende Wert der verbesserten Scheitelstärke q'_o für die zulässige grösste Druck- oder Zugspannung aus einer der folgenden beiden Relationen berechnen

$$\left.\begin{aligned} q'_o &= \frac{-\hat{H}}{2\,\mathrm{Max}\,\hat{b}}\left[\sqrt{\frac{-24\,e\,\mathrm{Max}\,\hat{b}}{\hat{H}}+1}+1\right]; \\ q'_o &= \frac{-\hat{H}}{2\,\mathrm{Max}\,\hat{a}}\left[\sqrt{\frac{24\,e\,\mathrm{Max}\,\hat{a}}{\hat{H}}+1}-1\right], \end{aligned}\right\} \quad 6.$$

wobei für $\hat{H}$ und Max $\hat{a}$ stets positive, für Max $\hat{b}$ dagegen negative Werte zu setzen sind.

Nach Bestimmung von q'_o in einer oder der anderen Weise wird nun das verbesserte Gewölbeprofil in der Weise konstruiert, dass man vom Scheitel aus an Stelle der konstanten Vertikalprojektionen q_o der normalen Gewölbstärken von dem verbesserten Werte q'_o im Bogenscheitel bis zum ursprünglich berechneten Werte der Scheitelstärke, hier q_o, in geeignetem Verhältnisse abnehmende Werte der Vertikalprojektionen v_x der normalen Gewölbstärken treten lässt.

III. Kapitel.

Entwicklung der allgemeinen Relationen für Bestimmung der Profilmittellinie und der Vertikalneigungen φ_x der zugehörigen Kurvennormalen parabolischer Tonnengewölbe.

Hierzu Fig. 1.

Behufs statischer Berechnung von Gewölbeprofilen führt man nicht, wie bei der Berechnung von Eisenkonstruktionen

Digitized by Google

die wirkenden Lasten direkt in die Berechnung ein, sondern man setzt der Eigenart dieser Berechnungen gemäss zu deren entsprechenden Vereinfachung an Stelle der Belastungen reduzierte Zahlen, für welche das Gewicht der Kubikeinheit des Gewölbematerials als Einheit gilt. Alsdann treten mit Rücksicht auf den Umstand, dass in Bezug auf die Berechnung eines Tonnengewölbeprofils für einen zwischen zwei in 1 m Abstand voneinander gedachten, zu den Gewölbstirnen oder noch allgemeiner zur Vertikalebene durch die Brückenaxe parallelen Vertikalebenen befindlichen Gewölbstreifen in Bezug auf die nachfolgenden Berechnungen das Gleiche gilt, wie für das ganze Gewölbe, folgerichtig an Stelle der ständigen Gewölbebelastung die reduzierte Belastungsfläche des Gewölbeprofils, sowie an Stelle der Druck- und Zugfestigkeit des Gewölbematerials und der zulässigen Druck- und Zugspannungen, ausgedrückt in Atmosphären (at) oder gleichbedeutend in kg pro qcm, die Höhen von Belastungsprismen des Gewölbmaterials, ausgedrückt in Metern (m). — Die Reduktionszahl, mit welcher diese Höhen multipliziert werden müssen, um aus denselben Festigkeiten, sowie Druck- und Zugspannungen in Atmosphären oder kg pro qcm zu erhalten, ist:

7. $$k = \frac{\sigma}{10},$$

während man umgekehrt durch Division letzterer Grössen mit k die entsprechenden Höhen der Belastungsprismen des Gewölbematerials erhält.

Wie bereits bemerkt wurde, ist für Bestimmung der Profilmittellinie eines Brückengewölbes das ständige Eigengewicht der Brücke massgebend, welches für ein in Bezug auf die Scheitelvertikale symmetrisches Gewölbeprofil natürlich gleichfalls in Bezug auf letztere symmetrisch anzuordnen ist, und zwar ist die Profilmittellinie nach den Normen der neuen Gewölbetheorie stets so zu bestimmen, dass sie mit der Mitteldruckslinie für das ständige Eigengewicht der Brücke zusammenfällt (koincidiert).

Diese Bedingung wird bei der hier vorausgesetzten symmetrischen Anordnung der ständigen Belastung und horizontalen Lage der Stützpunktsehne der Profilmittellinie dem Grundgesetze des Horizontalschubs gemäss (Kap. II—IV der erstcitierten Druckschrift) erfüllt, wenn die Vertikalneigungen φ_A und φ_B der beiderseitigen Stützebenen des Gewölbes der Bedingungsgleichung:

Digitized by Google

$$\text{tang } \varphi_A = \text{tang } \varphi_B = \frac{\frac{1}{2}\,\hat{P}}{\hat{H}_p} \qquad 8.$$

genügen, in welcher $\frac{1}{2}\,\hat{P}$ die auf einen Gewölbschenkel treffende ständige Brückenbelastung bezeichnet.

Nun ist es bei einiger Übung in Brückenentwürfen sehr leicht, nach einem vorausbestimmten Typus einen ersten Brückenentwurf zu konstruieren, welcher von dem zu berechnenden definitiven Brückenentwurf so wenig abweicht, dass man die zugehörige reduzierte Belastungsfläche ohne merklichen Fehler der Bestimmung der definitiven Profilmittellinie zu Grunde legen kann. Die Feststellung eines solchen ersten Entwurfes ist besonders dann sehr erleichtert, wenn Pläne bereits ausgeführter ähnlicher Brückenkonstruktionen existieren, so dass man sich schon a priori eine klare Vorstellung von Form und Stärke aller Teile des Brückenentwurfes machen kann. Denkt man sich also für eine bestimmte Anordnung der ständigen Belastung die reduzierte Belastungsfläche in bekannter Weise konstruiert und die beiden Begrenzungslinien derselben nach oben und unten durch mathematisch definierbare Kurven ersetzt, welche der gegebenen reduzierten Belastungsfläche genügen, d. h. dieselbe nach Form und Grösse entsprechend ersetzen, so kann die dieser modifizierten Belastungsfläche entsprechende Scheitelgleichung der Mitteldruckslinie für ein rechtwinkeliges Koordinatensystem mit vertikaler Ordinatenaxe nur folgende allgemeine Form haben:

$$\begin{aligned} y &= A\,x^{2n} + B\,x^{2(n-1)} + C\,x^{2(n-2)} + \ldots\ldots + M\,x^4 + N\,x^2 \qquad 9. \\ &= x^2\,(A\,x^{2(n-1)} + B\,x^{2(n-2)} + C\,x^{2(n-3)} + \ldots\ldots + M\,x^2 + N), \end{aligned}$$

in welcher Gleichung die konstanten Koeffizientenwerte A, B, C .... M, N teilweise auch negative Vorzeichen haben können.

Beweis.

Nachdem das Gewicht $\frac{1}{2}\,\hat{P}$ der reduzierten Belastungsfläche eines Gewölbschenkels und deren Flächeninhalt ebenso wie der Horizontalschub selbstverständlich immer endliche Grössen sind, so kann der Wert von tang φ_A sub 8 niemals unendlich gross werden, und die Mitteldruckslinie des Gewölbes demgemäss niemals in die Vertikale übergehen. Hieraus folgt, dass jedem Werte von $\pm x$ wegen der stets gleichen Vorzeichen von tang φ_x, wie sie den gemachten Voraussetzungen entsprechen, nur je ein endlicher Wert von y entspricht, die Grösse y also nur in der ersten Potenz auftreten kann.

Digitized by Google

Weil ferner in der Scheitelgleichung jeder Kurve dem Werte $x = o$ der Wert $y = o$ entspricht und die Mitteldruckslinie für das ständige Eigengewicht der Brücke wegen der symmetrischen Anordnung der Belastung in Bezug auf die Scheitelvertikale folgerichtig ebenfalls eine in Bezug auf letztere symmetrische Kurve darstellen muss, so dass jedem Werte von y zwei gleiche Werte von x mit entgegengesetzten Vorzeichen entsprechen, so kann Gleichung 9 auf der rechten Gleichungsseite kein konstantes Glied und nur gerade Potenzen von x enthalten, womit die Richtigkeit der allgemeinen Form unserer Mitteldruckskurven-Gleichung sub 9 bewiesen ist.

10. Gleichung 9 stellt nun aber die Scheitelgleichung einer in Bezug auf die Scheitelvertikale als Axe symmetrischen Parabelkurve höherer Ordnung dar, wodurch allgemein bewiesen ist, **dass die Mitteldruckslinien aller ausschliesslich unter der Einwirkung vertikaler Lasten stehenden Tonnen- oder Brückengewölbe bei symmetrischer Anordnung der Gewölbebelastung in Bezug auf die Scheitelvertikale des Gewölbeprofils analytisch durch Parabelgleichungen höherer Ordnung von vorstehender allgemeiner Form dargestellt werden können und demnach thatsächlich den Parabeln höherer Ordnung mit vertikaler Axrichtung zuzuzählen sind.**

Hiernach dürfte die von dem Verfasser für alle nach den Normen der neuen Gewölbetheorie unter der Voraussetzung ausschliesslicher Einwirkung vertikaler Lasten berechneten, konstruierten und ausgeführten Tonnen- oder Brückengewölbe gewählte Bezeichnung als „parabolische" Gewölbe schon ganz im allgemeinen ohne Rücksicht auf die charakteristische Form der Profilmittellinie gerechtfertigt erscheinen.

Zur möglichst allgemeinen und für alle vorkommenden Fälle ausreichenden Bestimmung der Scheitelgleichung der gesuchten Profilmittellinie eines parabolischen Tonnengewölbes mit horizontaler Stützpunktsehne der letzteren nehme man an, dass die beiden modifizierten Begrenzungskurven der reduzierten Belastungsfläche eines Gewölbschenkels parabolische Kurven CD und EF (Fig. 1) darstellen, welchen folgende Scheitelgleichungen zugehören:

11.
$$\begin{cases} y_u = x^2 (p\,x^2 + q), \text{ Kurve CD und} \\ y_o = x^2 (r\,x + t), \text{ Kurve EF,} \end{cases}$$

so dass die Höhe b_x eines unendlich schmalen vertikalen Streifens der reduzierten Belastungsfläche, deren linksseitige

Digitized by Google

Hälfte in Fig. 1 dargestellt ist, im Abstande x von der vertikalen Ordinatenaxe durch folgende Gleichung bestimmt ist:

$$b_x = (p - r)\, x^4 + (q - t)\, x^2 + b_o.$$

Daher Inhalt des unendlich schmalen Vertikalstreifens:

$$d\,\hat{F}_x = [(p - r)\, x^4 + (q - t)\, x^2 + b_o]$$

und Inhalt des Flächenstückes $\hat{F}_x$ zwischen Scheitelvertikale und Ordinate des beliebigen Punktes N der Profilmittellinie:

$$\hat{F}_x = \int_o^x b_x\, dx = x\,[\frac{(p-r)}{5}\, x^4 + \frac{(q-t)}{3}\, x^2 + b_o]. \qquad 12.$$

Ferner Inhalt der Belastungsfläche einer Gewölbhälfte:

$$\hat{F}_s = \int_o^s b_x\, dx = s\,[\frac{(p-r)}{5}\, s^4 + \frac{(q-t)}{3}\, s^2 + b_o]. \qquad 13.$$

Bezüglich der Buchstabensymbole wird hier ein für allemal bemerkt, dass in der neuen Theorie der Ingenieurbauwerke hinfort alle Buchstaben, welche Kräfte, Kraftmomente und Kräfte oder Kraftmomente vertretende Linien, Flächen und kubische Grössen bezeichnen, zum Unterschiede von den rein geometrischen Grössen oben mit einer nach aufwärts gerichteten Pfeilspitze (^) versehen sind, wodurch zugleich symbolisch der Charakter der betreffenden Kräfte und Kraftmomente angedeutet ist als Charakter von Grössen, bei welchen nicht nur die Geraden, in welchen die Kräfte wirken, und deren Längen als Lagen und Intensitäten der betreffenden Kräfte in Betracht kommen, sondern auch der durch Pfeile anzudeutende Sinn, in welchem diese Kräfte und Kraftmomente wirken.

Die Drehungsmomente der Vertikalkräfte vertretenden Flächen $\hat{F}_x$ und $\hat{F}_s$ in Beziehung auf die Punkte N und A mit den Abscissen x und s als Drehpunkte werden alsdann gemäss Figur 1 durch folgende Gleichungen bestimmt:

$$\text{Mom}\,(\hat{F}_x) = \hat{F}_x\,(x - x_o) = x \int_o^x b_x\, dx - \int_o^x x\, b_x\, dx = \qquad 14.$$

$$x^2\,[\frac{(p-r)}{30}\, x^4 + \frac{(q-t)}{12}\, x^2 + \tfrac{1}{2}\, b_o] \text{ und}$$

$$\text{Mom}\,(\hat{F}_s) = \hat{F}_s\,(s - s_o) = s \int_o^s b_x\, dx - \int_o^s x\, b_x\, dx = \qquad 15.$$

$$s^2\,[\frac{(p-r)}{30}\, s^4 + \frac{(q-t)}{12}\, s^2 + \tfrac{1}{2}\, b_o].$$

Aus den Gleichungen 13 und 15 ergeben sich, wenn wir uns die Werte $\hat{F}_s$ und Mom $(\hat{F}_s)$ in als bekannt vorauszusetzen-

Digitized by Google

der Weise an der Hand eines ersten Brückenentwurfes a priori berechnet denken, zur Bestimmung der Koeffizientenwerte (p — r) und (q — t) folgende Relationen:

$$16. \quad \begin{cases} p - r = \dfrac{15\ s\ (\hat{F}_s - b_o\ s) - 60\ Mom\ (\hat{F}_s)}{s^6}; \\ q - t = \dfrac{-\ 6\ s\ (\hat{F}_s + 2\ b_o\ s) + 36\ Mom\ (\hat{F}_s)}{s^4}. \end{cases}$$

Unter der durch Gleichung 8 ausgedrückten Bedingung, dass die Stützebenen des Gewölbes auf der Mitteldruckslinie der ständigen Gewölbbelastung normal stehen, — und unter der unendlichen Anzahl von Mitteldruckslinien, welche für eine und dieselbe Belastungsanordnung alle der allgemeinen Bedingungsgleichung 9 entsprechen, ist nur eine einzige der Bedingung 8 entsprechende — stellt nun diese Mitteldruckslinie dem Grundgesetze des Horizontalschubs gemäss diejenige Kurve dar, in welcher sich der Gewölbedruck thatsächlich fortpflanzt. Das Brückengewölbe stellt daher thatsächlich ein parabolisch gekurvtes Brückengewölbe dar, wenn dasselbe so berechnet und konstruiert ist, dass diese Kurve die Mittellinie der Schwerpunktsaxe des Gewölbeprofils bildet. Einem derartigen Brückengewölbe, dessen richtige Berechnung und Konstruktion der Zweck der hier zu entwickelnden neuen Theorie der Brückengewölbe ist, dürfte folglich im engsten und eigentlichsten Sinne die Bezeichnung „parabolisches Brückengewölbe" gebühren.

Die Scheitelgleichung dieser Profilmittellinie ist nun sehr leicht zu bestimmen; denn dieselbe ist nichts anderes, als die Momentengleichung des Gleichgewichtes zwischen der Belastung der Strecke x der halben Axenstützweite des Gewölbes und dem im Scheitelpunkte der Profilmittellinie angreifenden Horizontalschub in Bezug auf denjenigen Punkt der Profilmittellinie, welchem die beliebige Abscisse x zugehört, als Momenten- oder Drehpunkt.

Die allgemeine Grundgleichung zur Berechnung der Profilmittellinie eines parabolischen Tonnengewölbes für ein rechtwinkeliges Koordinatensystem, dessen Ursprung der Kurvenscheitel und dessen Ordinatenaxe die Scheitelvertikale des Gewölbeprofils ist, ist demnach folgende:

$$17. \quad y = \frac{\hat{F}_x\ (x - x_o)}{\hat{H}_p} = \frac{x \int_o^x b_x\ dx - \int_o^x x\ b_x\ dx}{\hat{H}_p}.$$

Digitized by Google

Für $x = s$ wird $y = h$ und man erhält durch Einsetzung dieser Werte in vorstehende Grundgleichung folgende allgemeine Relation zur Berechnung des Horizontalschubs der ständigen Belastung:

$$\hat{H}_p = \frac{\hat{F}_s\,(s - s_o)}{h} = \frac{s\int_o^s b_x\,dx - \int_o^s x\,b_x\,dx}{h}, \qquad 18.$$

wobei h dem Grundgesetze des Horizontalschubs gemäss nach Gleichung 8 folgender Bedingungsgleichung entsprechen muss:

$$\mathbf{tang}\,\varphi_A = \frac{h}{s - s_o} \text{ oder } \mathbf{h = (s - s_o)\ tang\ \varphi_A}, \qquad 19.$$

wie sich sofort aus den Gleichungen 8 und 18 ergiebt, wenn man bedenkt, dass hier $\frac{1}{2}\hat{P} = \hat{F}_s$ ist. Die Gleichung 19 kann als allgemeine Bedingungsgleichung für das dem Grundgesetze des Horizontalschubs entsprechende Zusammenfallen der berechneten Mitteldruckslinie mit der wirklichen Mitteldruckslinie eines Brückengewölbes und speciell mit der Profilmittellinie eines parabolischen Brückengewölbes im engeren Sinne gelten, während gemäss Ziffer 10 ganz allgemein alle unter der ausschliesslichen Einwirkung vertikaler Aussenkräfte stehende Brückengewölbe als „parabolische Brückengewölbe im weiteren Sinne" zu bezeichnen sein dürften.

Nachdem nun ferner jeder Fugenschnitt in einem Gewölbe als Kämpferfuge für den zwischen ihm und dem Gewölbscheitel befindlichen Teil des Gewölbes betrachtet werden kann, so müssen die sämtlichen Fugenschnitte eines richtig konstruierten parabolischen Gewölbes ebenso normal stehen zur Profilmittellinie wie die eigentlichen Stützebenen des Gewölbes im Baugrunde oder an einem Zwischenpfeiler und wir erhalten analog Gleichung 8 zur Bestimmung der Vertikalneigungen φ_x dieser normalen Fugenschnitte d. h. der Normalen zur Profilmittellinie folgende allgemeine Grundgleichung:

$$\tan\varphi_x = \frac{\hat{F}_x}{\hat{H}_p} = h\left[\frac{\int_o^x b_x\,dx}{s\int_o^s b_x\,dx - \int_o^s x\,b_x\,dx}\right]. \qquad 20.$$

Durch Einsetzung der Werte sub 12 bis 15 in die Gleichungen 17 bis 19 gehen letztere Gleichungen in folgende specielle Gleichungen für die sub 11 gegebenen Begrenzungskurven der reduzierten Belastungsfläche über:

Digitized by Google

21. $$\mathfrak{H}_p = \left[\frac{\frac{(p-r)}{30}s^4 + \frac{(q-t)}{12}s^2 + \frac{1}{2}b_o}{h}\right]s^2$$

22. $$y = h\left[\frac{\frac{(p-r)}{30}x^4 + \frac{(q-t)}{12}x^2 + \frac{1}{2}b_o}{\frac{(p-r)}{30}s^4 + \frac{(q-t)}{12}s^2 + \frac{1}{2}b_o}\right]\frac{x^2}{s^2}$$

23. $$\text{tang}\,\varphi_x = \frac{dy}{dx} = h\left[\frac{\frac{(p-r)}{5}x^4 + \frac{(q-t)}{3}x^2 + b_o}{\frac{(p-r)}{30}s^4 + \frac{(q-t)}{12}s^2 + \frac{1}{2}b_o}\right]\frac{x}{s^2},$$

und hierzu nach dem Grundgesetze des Horizontalschubs specielle Bedingungsgleichung für die Vertikalneigung φ_A der Stützebene bei A behufs Koincidenz der Mitteldruckslinie mit der Profilmittellinie:

24. $$\text{tang}\,\varphi_A = \left[\frac{\frac{(p-r)}{5}s^4 + \frac{(q-t)}{3}s^2 + b_o}{\frac{(p-r)}{30}s^4 + \frac{(q-t)}{12}s^2 + \frac{1}{2}b_o}\right]\frac{h}{s}.$$

Die allgemeine Form der Gleichungen 22 und 23 ist analog Gleichung 9 folgende:

25. $$\mathbf{y = x^2\,(A\,x^4 + B\,x^2 + C)}$$

26. $$\mathbf{\text{tang}\,\varphi_x = \frac{dy}{dx} = x\,(6\,A\,x^4 + 4\,B\,x^2 + 2\,C),}$$

in welchen Gleichungen die konstanten Koeffizienten A, B und C je nach der Beschaffenheit der reduzierten Belastungsfläche und den Bedingungen der Aufgabe auch noch in anderer Weise, als dies hier geschehen, berechnet werden können.

Setzt man in die Gleichungen 21—24 die durch die Gleichungen 16 bestimmten Werte von $(p - r)$ und $(q - t)$ ein, so ist die Profilmittellinie des Tonnen- oder Brückengewölbes als Mitteldruckslinie der ständigen Belastung für eine reduzierte Belastungsfläche bestimmt, welche von parabolischen Kurven vierter Ordnung begrenzt ist und mit der ursprünglich gegebenen reduzierten Belastungsfläche eines Gewölbeschenkels nicht nur den Flächeninhalt, sondern auch dessen statisches Moment in Bezug auf den zugehörigen Stützpunkt der Profilmittellinie gemein hat, der letzteren also in Bezug auf Flächeninhalt vollständig, in Bezug auf Form thunlichst genügt. — Eine derartige Bestimmung der Profilmittellinie eines parabolischen Brückengewölbes dürfte daher, entsprechende Fest-

Digitized by Google

stellung der Werte von $\hat{F}_s$ und $\hat{F}_s\,(s - s_o)$ nach Massgabe eines ersten Brückenentwurfes oder in sonst geeigneter Weise — wobei aber eine grosse Genauigkeit durchaus nicht erforderlich ist — vorausgesetzt, zu einem Ergebnisse führen, welches bei vorschriftsmässiger Ausführung des Brückenbauwerkes in Bezug auf Übereinstimmung der thatsächlichen Beanspruchungen durch die ständige Belastung mit den berechneten axialen Beanspruchungen den strengsten Anforderungen genügen dürfte.

Können als modifizierte Begrenzungskurven der reduzierten Belastungsfläche $\hat{F}_s$ eines Gewölbeschenkels Parabelbögen zweiter Ordnung substituiert werden, wie solches besonders bei kleineren Tonnengewölben oder auch bei weitgespannten Brückengewölben mit geringen Verdrückungsverhältnissen meistenteils ausreichen dürfte, so gehen die Gleichungen 11 wegen

$p = o,\ r = o,\ q = \frac{d}{s^2},\ t = \frac{c}{s^2}$ für die Pfeilhöhen d und c der 27.

beiden Begrenzungsparabeln der reduzierten Belastungsfläche (Fig. 1) in folgende über:

$y_u = \frac{d}{s^2} x^2,\ y_o = \frac{c}{s^2} x^2$. Daher $p - r = o$ und $q - t = \frac{d-c}{s^2}$. 28.

Wir erhalten sohin an Stelle der Gleichungen 21—24 folgende Bedingungsgleichungen:

$$\hat{H}_p = \left[\frac{d - c + 6\,b_o}{12\,h}\right] s^2 \qquad 29.$$

$$y = \frac{h\,x^2}{s^2}\left[\frac{(d-c)\,x^2 + 6\,b_o\,s^2}{(d - c + 6\,b_o)\,s^2}\right] \qquad 30.$$

$$\text{tang}\,\varphi_x = \frac{d\,y}{d\,x} = \frac{4\,h\,x}{s^2}\left[\frac{(d-c)\,x^2 + 3\,b_o\,s^2}{(d - c + 6\,b_o)\,s^2}\right] \qquad 31.$$

$$\text{tang}\,\varphi_s = \text{tang}\,\varphi_A = \left(\frac{d\,y}{d\,x}\right)_{(x=s)} = \frac{4\,h}{s}\left[\frac{d - c + 3\,b_o}{d - c + 6\,b_o}\right], \qquad 32.$$

während für $\hat{F}_x$ und $\hat{F}_s$ folgende Bedingungsgleichungen gelten:

$$\hat{F}_x = x\left[\frac{(d-c)}{3\,s^2}\,x^2 + b_o\right];\ \hat{F}_s = s\left[\frac{d-c}{3} + b_o\right]. \qquad 33.$$

Giebt man der Scheitelgleichung 30 der Profilmittellinie die allgemeine Form:

$$y = x^2\,(A\,x^2 + B), \qquad 34.$$

so erhält man für tang φ_x die Gleichung:

$$\text{tang}\,\varphi_x = \frac{d\,y}{d\,x} = x\,(4\,A\,x^2 + 2\,B) \qquad 35.$$

Digitized by Google

und die konstanten Koeffizientenwerte A und B werden alsdann durch folgende Relationen bestimmt:

36. $$A = \frac{h\,(d - c)}{s^4\,(d - c + 6\,b_o)},\quad B = \frac{6\,h\,b_o}{s^2\,(d - c + 6\,b_o)},$$

welche für horizontale obere Abgleichung der Belastungsfläche d. h. für $c = o$ in folgende Relationen übergehen:

37. $$A = \frac{h\,d}{s^4\,(d + 6\,b_o)},\quad B = \frac{6\,h\,b_o}{s^2\,(d + 6\,b_o)}.$$

Gewöhnlich sind bei solchen Gewölben nicht die Werte s und h der Profilmittellinie, sondern die Werte s_u und d für halbe Spannweite und Pfeilhöhe der inneren Gewölblinie unmittelbar gegeben und es handelt sich nun darum, die entsprechenden Werte von s und h für die Profilmittellinie derart zu bestimmen, dass der für letztere Werte aus Gleichung 32 berechnete Kämpferfugenschnitt durch den Kämpferpunkt der inneren Gewölblinie hindurchgeht. — Ist allgemein q'_o die Gewölbstärke im Bogenscheitel und q_o die Vertikalprojektion der Gewölbstärke in der Kämpferfuge, so erhalten wir für h den Wert

$$h = d + \tfrac{1}{2}\,(q'_o - q_o)$$

und für diesen Wert ist s durch folgende Gleichung bestimmt:

$$s = s_u + \tfrac{1}{2}\,q_o \operatorname{tang} \varphi_A.$$

Setzt man in dieselbe für $\operatorname{tang} \varphi_A$ seinen Wert aus Gleichung 32 ein und löst die erhaltene quadratische Gleichung nach s auf, so ergiebt sich zur Bestimmung von s folgende Bedingungsgleichung:

38. $$s = \tfrac{1}{2}\,s_u + \sqrt{2\,q_o\,h\,\left(\frac{d - c + 3\,b_o}{d - c + 6\,b_o}\right) + (\tfrac{1}{2}\,s_u)^2},$$

Bei allen Mitteldruckskurven für symmetrische Anordnung der ständigen Belastung eines Tonnen- oder Brückengewölbes ist der Krümmungsradius im Kurvenscheitel gleich dem halben reciproken Werte des konstanten Koeffizienten des letzten Gliedes auf der rechten Seite der Kurvengleichung, also für die Gleichungen 25 und 34 bezw.

39. $$\text{ad 25. } \varrho_o = \frac{1}{2\,C} \text{ und ad 34. } \varrho_o = \frac{1}{2\,B},$$

welche Werte in beiden Fällen wegen der zugehörigen Werte des Horizontalschubs sub 21 und 29 im Vergleiche mit den den Gleichungen 25 und 34 entsprechenden Mitteldruckskurven-Gleichungen 22 und 30 identisch sind mit dem Werte

40. $$\varrho_o = \frac{\hat{H}_p}{b_o}.$$

Digitized by Google

Der Wert von ϱ_o im Kurvenscheitel ist entweder ein absolutes Minimum oder ein relatives Maximum der Krümmungsradien, je nachdem bezüglich der allgemeinen Grundgleichungen 25 und 34 die Ungleichungen

$$\left.\begin{array}{lll} \text{ad 25. } C^3 - B > o, & \text{bezw. ad 34. } B^3 - A > o \\ \text{oder} \quad „ \quad C^3 - B < o, & „ \quad\quad „ \quad B^3 - A < o \end{array}\right\} \quad 41.$$

bestehen. In letzterem Falle, d. h. wenn ϱ_o ein relatives Maximum ist, existieren zu beiden Seiten der Scheitelvertikalen der Profilmittellinie in gleichen Abständen von derselben Kurvenpunkte, in welchen die zugehörigen Krümmungsradien absolute Minima sind, Punkte, deren Lagen samt den zugehörigen Längen dieser kleinsten Krümmungsradien graphisch durch Konstruktion der Evolute der Profilmittellinie mittels Ziehens der durch die Gleichungen 24 und 31, bezw. 26 und 35 bestimmten Kurven-Normalen oder rechnerisch und mathematisch genau durch Auflösung von Gleichungen höheren Grades bestimmbar sind.

Die Beweise für die Richtigkeit der Relationen 39 bis 41, welche analytisch durch Aufstellung der allgemeinen Relationen für die Krümmungsradien ϱ der durch die Gleichungen 25 und 34 bestimmten Mitteldruckskurven, sowie Bildung der ersten und zweiten Differentialquotienten vorbezeichneter Relationen u. s. w. geführt werden können, müssen hier der Umständlichkeit der betreffenden Entwicklungen wegen übergangen werden. Speciell von der Richtigkeit der Relationen 39 und 40 kann man sich durch Vergleichung der berechneten Krümmungsradien mit den aus den Konstruktionsplänen der hier berechneten Gewölbprofile (Figuren 7, 9, 11 und 12) herausgemessenen Krümmungsradien überzeugen.

IV. Kapitel.

Anwendung der in Kapitel III entwickelten statisch-mathematischen Relationen auf die Berechnung der Profilmittellinie des Hauptbrückenbogens und der Vertikalneigungen φ_x der Kurven-Normalen hierzu nebst Konstruktion des Gewölbprofils für grösste symmetrische Vollbelastung der Brücke.

Hierzu Brückenplan nebst Figur 1 und Tabelle I.

Zur möglichst genauen Berechnung der Profilmittellinie des Hauptbrückenbogens wurde für den der definitiven Berechnung zu Grunde zu legenden ersten Brückenentwurf als

Digitized by Google

Form des Hauptbrückenbogens nicht etwa ein Kreisbogen oder ein Parabelbogen zweiter Ordnung, sondern ein für eine approximativ bestimmte reduzierte Belastungsfläche berechneter Parabelbogen vierter Ordnung, welchem die allgemeine Scheitelgleichungsform 34 entspricht, angenommen. Hierbei wurden den Bestimmungsgrössen b_o, c, d, h, s, deren Bedeutung aus Figur 1 entnommen werden wolle, folgende Werte beigelegt:

42. $b_o = 1{,}0$ m, $c = 1{,}1$ m, $d = 4{,}6$ m, $h = 4{,}2$ m, $s = 7{,}9$ m.

Durch Einführung derselben in die Gleichungen 36 erhält man

43.
$$\left\{\begin{array}{l} A = \dfrac{4{,}2\ (4{,}6 - 1{,}1)}{7{,}9^4\ (4{,}6 - 1{,}1 + 6\ .\ 1)} = 0{,}0003973; \\ B = \dfrac{6\ .\ 4{,}2\ .\ 1}{7{,}9^2\ (4{,}6 - 1{,}1 + 6\ .\ 1)} = 0{,}04253. \end{array}\right.$$

Daher Scheitelgleichung der Profilmittellinie des Hauptbogens für den ersten Brückenentwurf:

44. $$y = x^2\ (0{,}0003973\ x^2 + 0{,}04253)$$

und zugehörige Gleichung für Bestimmung der Vertikalneigungen φ_x der Kurven-Normalen:

45. $$\text{tang}\ \varphi_x = \frac{d\,y}{d\,x} = x\ (0{,}0015892\ x^2 + 0{,}08506).$$

Aus den Gleichungen 44 und 45 berechnen sich für die nachfolgenden Abscissenwerte die beigesetzten Werte von y und tang φ_x:

46.

$x = 0$	$y_0 = 0$	$\text{tang}\ \varphi_0 = 0$
$x = 1$ m	$y_1 = 0{,}0429$ m	„ $\varphi_1 = 0{,}0866$
$x = 2$ „	$y_2 = 0{,}1761$ „	„ $\varphi_2 = 0{,}1828$
$x = 3$ „	$y_3 = 0{,}4150$ „	„ $\varphi_3 = 0{,}2981$
$x = 4$ „	$y_4 = 0{,}7822$ „	„ $\varphi_4 = 0{,}4419$
$x = 5$ „	$y_5 = 1{,}2868$ „	„ $\varphi_5 = 0{,}6240$
$x = 6$ „	$y_6 = 2{,}0460$ „	„ $\varphi_6 = 0{,}8576$
$x = 7$ „	$y_7 = 3{,}0379$ „	„ $\varphi_7 = 1{,}1405$
$x = 8$ „	$y_8 = 4{,}3493$ „	„ $\varphi_8 = 1{,}4942$
$x = 9$ „	$y_9 = 6{,}0516$ „	„ $\varphi_9 = 1{,}9241$
$x = 10$ „	$y_{10} = 8{,}2260$ „	„ $\varphi_{10} = 2{,}4398$

Setzt man für die reduzierte Belastungshöhe der grössten symmetrischen Vollbelastung im Gewölbscheitel gemäss Ziffer 2 den Wert

47. $$b'_o = b_o + \Delta\, b_o = 1{,}0 + 0{,}26 = 1{,}26\ \text{m},$$

so erhält man aus Gleichung 29 unter der mit Rücksicht auf das Princip der sichersten Mitteldruckslinie (VII. Kapitel) annähernd richtigen Voraussetzung gleicher Pfeilhöhe der zuge-

Digitized by Google

hörigen Mitteldruckslinie mit jener, welche der aus Gleichung 44 berechneten Mitteldruckslinie der ständigen Brückenbelastung für einen und denselben Wert von s zugehört, folgenden Wert des Horizontalschubs:

$$\hat{H} = \hat{H}_p + \hat{H}_v = \left(\frac{4{,}6 - 1{,}1 + 6 \,.\, 1{,}26}{12 \,.\, 4{,}2}\right) 7{,}9^2 = 13{,}70 \text{ qm}, \qquad 48.$$

während die ständige Belastung durch das Eigengewicht der Brücke nur einen Horizontalschub:

$$\hat{H}_p = \frac{(4{,}6 - 1{,}1 + 6 \,.\, 1}{12 \,.\, 4{,}2}) \,.\, 7{,}9^2 = 11{,}76 \text{ qm}$$

für die sub 46 berechnete Profilmittellinie liefert. — Folglich nach Ziffer 40 Krümmungsradius der primitiven Profilmittellinie im Gewölbscheitel

$$\varrho_o = 11{,}76 \text{ m, welcher Wert} \qquad 49.$$

mit den nach Ziffer 39 bestimmten Wert $\varrho_o = \frac{1}{2 \,.\, 0{,}04253} =$ 11,70 ganz nahe übereinstimmt. Die kleine Differenz dürfte von Nichtbeachtung einzelner Dezimalstellen herrühren. Der Wert sub 49 ist nach Ziffer 41 wegen $B^3 - A = 0{,}04253^3 - 0{,}0003973 = -0{,}0003204$ ein relativer Maximalwert.

Nehmen wir die Druckfestigkeit des erhärteten Portlandcement-Stampfbetons:

$$\hat{B} = 120 \text{ kg pro qcm} = 120 \text{ at.} \qquad 50.$$

an, so erhalten wir nach Ziffer 7 für das sub 1 angenommene specifische Gewicht $\sigma = 2{,}2$ desselben eine $\hat{B}$ entsprechende Druckprismenhöhe des gleichen Materials

$$\mathfrak{H} = \frac{\hat{B}}{k} = \frac{\hat{B} \,.\, 10}{\sigma} = \frac{120 \,.\, 10}{2{,}2} = 545 \text{ m} \qquad 51.$$

und daher Druckhöhe des Stampfbetonprismas bei 15facher Sicherheit, d. h. für einen Sicherheitskoeffizienten u = 15

$$\hat{\mathfrak{h}} = \frac{\hat{\mathfrak{H}}}{u} = \frac{545}{15} = 36{,}33 \text{ m}, \qquad 52.$$

und entsprechender grösstzulässiger specifischer Druck, ausgedrückt in Atmosphären:

$$\hat{b} = k\,\hat{\mathfrak{h}} = \frac{36{,}33 \,.\, 2{,}2}{10} = 7{,}993 \text{ at. (7.)},$$

sowie dieser 15fachen Sicherheit entsprechende Gewölbstärke im Bogenscheitel:

$$q_o = \frac{\hat{H}}{\hat{\mathfrak{h}}} = \frac{13{,}70}{36{,}33} = 0{,}377 \text{ oder rund} = 0{,}4 \text{ m}. \qquad 53.$$

Unter der Voraussetzung konstanter Höhe $q_o = 0{,}4$ m der

Digitized by Google

Vertikalprojektionen der normalen Gewölbstärken wurde nun das Profil des Hauptbrückenbogens für den ersten Brückenentwurf samt allen Brückenbestandteilen nach den in Kapitel I festgestellten Normen und Ausmaassen konstruiert, wobei jedoch als Begrenzungskurven der übrigen Bogenprofile vorläufig Parabeln zweiter Ordnung angenommen wurden, eine Annahme, welche auch für die Berechnung der Mauerwerkskörper des definitiven Brückenentwurfes mit Ausnahme der Gewölbprofile selbst als genügend beibehalten wurde.

In Übereinstimmung mit den von der Generaldirektion der k. b. Staatseisenbahnen gegebenen Direktiven wurde ferner der ganze Raum über den Gewölben und zwischen den Stirnmauern der Brücke mit einem festen Mauerkern, bestehend aus magerem Beton mit eingelagerten Bruchsteinen, ausgefüllt angenommen.

Nach diesen Vorarbeiten konnte nun zur definitiven Berechnung des Hauptbrückenbogens nach dem in Kapitel III entwickelten allgemeinen Berechnungsverfahren übergegangen werden.

Die Stützpunkte A und B der Profilmittellinie des Hauptbrückenbogens in der Fundamentsohle des ersten Brückenentwurfes wurden je 9,3 m von der Scheitelvertikalen des Bogenprofils entfernt angenommen. Daher Grösse der halben Stützweite der Profilmittellinie

54. $$s = 9{,}3 \text{ m.}$$

Für den Flächeninhalt der zu dieser halben Stützweite gehörigen reduzierten Belastungsfläche berechnete sich nach Plan der Wert

55. $$\hat{F}_s = 23{,}96 \text{ qm}$$

und für das zugehörige Drehungsmoment in Bezug auf den Stützpunkt A als Momentenpunkt der Wert

56. $$\text{Mom } (\hat{F}_s) = 69{,}155 \text{ cbm.}$$

Nach Einsetzung der Werte 54—56 in die Relationen 16 berechnen sich aus letzteren folgende Koeffizientenwerte:

57. $$p - r = 0{,}0007576 \text{ und } q - t = 0{,}015361.$$

Für $x = s = 9{,}3$ m berechnet sich ferner aus Gleichung 44 der Wert

58. $$h = 6{,}680 \text{ m.}$$

Durch Substitution der Werte 54—58 in die Gleichungen 21 bis 23 erhält man für die gesuchte Profilmittellinie folgende Zahlengleichung:

59. $$y = x^2 (0{,}000002439\, x^4 + 0{,}0001236\, x^2 + 0{,}048295)$$

und zugehöriger Wert des Horizontalschubs

60. $$\hat{H}_p = 10{,}353 \text{ qm.}$$

Digitized by Google

Ferner Gleichung zur Bestimmung der Vertikalneigungen φ_x der Kurven-Normalen:

$$\text{tang } \varphi_x = \frac{d\,y}{d\,x} = x\,(0{,}000014634\,x^4 + 0{,}0004944\,x^2 + 0{,}096590). \quad 61.$$

Der Krümmungsradius der Profilmittellinie im Kurvenscheitel ist nach Ziffer 39 und 60

$$\varrho_o = 10{,}353 \text{ m}. \quad 62.$$

Derselbe ist nach Ziffer 41 wegen $0{,}048295^3 - 0{,}0001236 = -0{,}0000010$ ein relatives Maximum.

Aus den Gleichungen 59 und 61 berechnen sich für die nachfolgenden Abscissenwerte x die beigesetzten Werte von y_x und tang φ_x:

				63.
$x = 0$	$y_0 = 0$	tang φ_0	$= 0$	
$x = 1$ m	$y_1 = 0{,}0484$ m	„ φ_1	$= 0{,}0971$	
$x = 2$ „	$y_2 = 0{,}1953$ „	„ φ_2	$= 0{,}1976$	
$x = 3$ „	$y_3 = 0{,}4465$ „	„ φ_3	$= 0{,}3067$	
$x = 4$ „	$y_4 = 0{,}8144$ „	„ φ_4	$= 0{,}4330$	
$x = 5$ „	$y_5 = 1{,}3227$ „	„ φ_5	$= 0{,}5905$	
$x = 6$ „	$y_6 = 2{,}0126$ „	„ φ_6	$= 0{,}8001$	
$x = 7$ „	$y_7 = 2{,}9501$ „	„ φ_7	$= 1{,}0917$	
$x = 8$ „	$y_8 = 4{,}2365$ „	„ φ_8	$= 1{,}5054$	
$x = 9$ „	$y_9 = 6{,}0190$ „	„ φ_9	$= 2{,}0939$	
$x = 9{,}3$ „	$y_{9,3} = 6{,}6777$ „	„ $\varphi_{9,3}$	$= 2{,}3140$	
$x = 10$ „	$y_{10} = 8{,}5045$ „	„ φ_{10}	$= 2{,}9237$	

Wie nun aus den allgemeinen Grundgleichungen 21—24 und 29—32 zur Berechnung der Profilmittellinie und der Vertikalneigungen der zugehörigen Kurven-Normalen klar ersichtlich ist, sind dieselben durchweg von der allgemeinen Form:

$$y = C_x\,h \text{ und tang } \varphi_x = C'_x\,.\,h, \quad 64.$$

wobei die Koeffizienten C_x und C'_x von h unabhängige Funktionen der Veränderlichen x darstellen. Hieraus folgt, dass für eine und dieselbe reduzierte Belastungsfläche des Gewölbes unendlich viele parabolische Mitteldruckskurven gleicher Art konstruiert werden können, welchen allen die Scheitelvertikale des Gewölbeprofils als gemeinsame Axe zugehört und von welchen die eine mit der Pfeilhöhe h in irgend eine der übrigen mit der Pfeilhöhe h′ für die gleiche Stützweite 2 s durch Multiplikation der rechtsseitigen Gleichungsglieder, sowie der daraus berechneten Werte von y_x und tang φ_x mit dem Koeffizienten

$$c = \frac{h'}{h} \quad 65.$$

übergeführt werden kann, während umgekehrt der zu h ge-

Digitized by Google

hörige Wert $\hat{H}$ des Horizontalschubs in den zu h′ gehörigen Wert $\hat{H}'$ durch Division von $\hat{H}$ mit der Verhältniszahl c übergeführt wird, so dass wir erhalten:

65. $$\hat{H}' = \frac{\hat{H}}{c} \text{ oder } c = \frac{\hat{H}}{\hat{H}'} \text{ und } \frac{h'}{h} = \frac{\hat{H}}{\hat{H}'}.$$

Von allen zu einer und derselben reduzierten Belastungsfläche gehörigen Mitteldruckskurven ist aber dem Grundgesetze des Horizontalschubs gemäss die allein richtige, d. h. diejenige, in welcher sich die drückenden Kräfteresultanten bei korrekter Ausführung thatsächlich fortpflanzen, eine Mitteldruckslinie, welche der Bedingungsgleichung 8, bezw. 19 genügt und demzufolge mit der Profilmittellinie des auszuführenden parabolischen Brückengewölbes zusammenfällt. Aus der Form 19 dieser Bedingungsgleichung ist ersichtlich, dass für eine und dieselbe Vertikalneigung φ_A oder φ_B der Stützebene eines der zu beiden Seiten der Scheitelvertikalen der Profilfläche befindlichen Gewölbschenkel mit zunehmendem Werte des Hebelarmes $(s - s_o)$ [vid. Fig. 1] auch die Pfeilhöhe h der Profilmittellinie in gleichem Verhältnisse wächst.

Um nun bei Ausführung des Hauptbrückenbogens für die mittleren 10 Meter der Bogenstützweite eventuell eines der vorhandenen eisernen Lehrgerüste für gewölbte Bahnüberbrückungen benützen zu können, welche für einen Korbbogen der inneren Gewölblinie konstruiert sind, dessen mittlere Strecke bis zu einem beiderseitigen Abstande von je 4,610 m von der Scheitelvertikalen des Gewölbeprofils nach einem Kreisbogen von 9,3 m Radius gekrümmt ist, hat man unter Benützung der vorerwähnten Eigenschaft parabolischer Gewölbe h so zu bestimmen, dass in Bezug auf die innere Profillinie den Abscissenwerten $x = \pm 5$ m ein Ordinatenwert

66. $$h' = R - \sqrt{R^2 - x^2} = 9{,}3 - \sqrt{9{,}3^2 - 5^2} = 1{,}4585 \text{ m}$$

entspricht. Nun haben wir nach Ziffer 63 für $x = 5$ m die Werte $y = 1{,}3227$ m und $\tan\varphi = 0{,}5905$. Daher für die innere Gewölblinie

$$h = y_5 + \tfrac{1}{2} q_o \tan^2\varphi = 1{,}3227 + 0{,}2 \cdot 0{,}5905^2 = 1{,}3924 \text{ m}$$

67. und $$c = \frac{h'}{h} = \frac{1{,}4585}{1{,}3924} = 1{,}0475 = \text{rund } 1{,}05.$$

Indem wir jetzt von der für vorliegenden Zweck hinreichend zutreffenden Annahme ausgehen, dass für die zur Sehne $2x = 10$ m gehörende Scheitelstrecke der Profilmittellinie die gleiche Verhältniszahl c gilt, wie für die innere Ge-

Digitized by Google

wölblinie, lassen wir die Gleichungen 59 und 61 für die sub Ziffer 63 berechnete Profilmittellinie durch Multiplikation mit der Verhältniszahl c = 1,05 in folgende endgültige Gleichungen für die gesuchte Profilmittellinie übergehen.

I. Scheitelgleichung der Profilmittellinie des parabolischen Hauptbrückenbogens

$$y = x^2\,(0{,}000002561\,x^4 + 0{,}00012978\,x^2 + 0{,}05071). \qquad 68.$$

II. Gleichung zur Bestimmung der Vertikalneigungen der zugehörigen Kurven-Normalen

$$\text{tang}\,\varphi_x = x\,(0{,}000015366\,x^4 + 0{,}00051912\,x^2 + 0{,}101420) \qquad 69.$$

und entsprechender Wert des Horizontalschubs

$$\hat{H}_p = \frac{10{,}353}{1{,}05} = 9{,}860\ \text{qm}, \qquad 70.$$

sowie relatives Maximum der Krümmungsradien im Kurvenscheitel der Profilmittellinie:

$$\varrho_0 = 9{,}860\ \text{m}. \qquad 71.$$

Dieser Wert des Krümmungsradius ist, wie die Evolute der Profilmittellinie in Figur 7 zeigt, ein relativer Maximalwert und nehmen die Werte des Krümmungsradius zwischen den Abscissenwerten o und $x = \pm 5$ m bei der kreisartigen Form dieser Strecke der parabolischen Profilmittellinie, deren Abstand vom Kreisbogen fast nirgends das Mass von 0,01 m erreicht, nur sehr wenig ab. Der Kreisradius $r = \frac{5^2 + 1{,}3889^2}{2\,.\,1{,}3889}$ = 9,6944 für einen Bogen von 10 m Sehnenlänge unterscheidet sich vom Krümmungsradius ϱ_0 = 9,86 m im Scheitel der Profilmittellinie nur um 0,0656 m = $\frac{2}{3}$ %.

Den bestehenden Normalplänen gewölbter Bahnüberbrückungen gemäss wurde als Scheitelstärke des Gewölbeprofils definitiv

$$q_0 = 0{,}450\ \text{m} \qquad 72.$$

und die Vertikalprojektionen v_x der normalen Gewölbstärken vom Scheitel bis zu der bei x = 9 m befindlichen Stützebene des linken Gewölbschenkels in einem bestimmten Verhältnisse von 0,45 auf 0,40 m Höhe abnehmend angenommen. Diese Abnahme der Vertikalprojektionen v_x der normalen Gewölbquerschnitte von einem Werte q_0 bis zu einem Werte v_a kann nun kontinuierlich entweder in linearem oder in quadratischem (parabolischen) Verhältnisse erfolgen. Hiernach hat man, wenn man die Verhältniszahl der Gesamtabnahme dieser Vertikalprojektionen von der Scheitelvertikalen des Profils bis zu einem horizontalen Abstande a von derselben mit ν bezeichnet, zur

Digitized by Google

Berechnung der Werte $q_x \cos\varphi_x$ dieser Vertikalprojektionen für jeden zwischen o und a liegenden Abscissenwert x beiden Annahmen gemäss bezw. folgende allgemeine Relationen

73.
$$\begin{cases} v_x \triangleq q_x \cos\varphi_x = q_o - \frac{\nu\, q_o}{a} x = q_o \left(1 - \frac{\nu}{a} x\right) \text{ und} \\ v_x = q_x \cos\varphi_x = q'_o - \frac{\nu\, q'_o}{a^2} x^2 = q_o \left(1 - \frac{\nu}{a^2} x^2\right). \end{cases}$$

Im vorliegenden Falle kam die zweite dieser Relationen, als die für alle Fälle passende zur Anwendung und es werden demnach die Werte von $v_x = q_x \cos\varphi_x$, wo q_x die normalen Gewölbstärken bezeichnen, durch folgende specielle Bedingungsgleichung bestimmt:

74. $$\mathbf{v_x = q_x \cos\varphi_x = 0{,}45 \left(1 - \frac{0{,}1111}{9^2} x^2\right) = 0{,}45 \left(1 - 0{,}001372\, x^2\right).}$$

Wie sich bei der Scheitelstärke $q'_o = 0{,}45$ m des Hauptbrückenbogens die grössten specifischen Spannungen im Gewölbscheitel berechnen, werden die Untersuchungen in Kapitel X klarstellen.

Die zur genauen Konstruktion des Hauptbrückenbogens erforderlichen Grössen, wie sich dieselben aus den Relationen 68, 69 und 74 berechnen, sind in Tabelle I übersichtlich zusammengestellt, während der Konstruktionsplan des hiernach konstruierten Gewölbeprofils in Figur 7 vor Augen geführt ist.

Der Beschaffenheit und Gestaltung des Baugrundes des auszuführenden Brückenbauwerkes gemäss (festgelagerter Kies) wurden als Koordinaten für die Stützpunkte der Profilmittellinie des Hauptbrückenbogens in den beiderseitigen Fundamentsohlen folgende angenommen:

75.
$$\begin{cases} \text{a) Für das südliche (rechte) Gewölbfundament} & x = 8{,}90 \text{ m} \\ & y = 6{,}1038 \text{ m} \\ \text{b) „ „ nördliche (linke) „} & x = 9{,}00 \text{ m} \\ & y = 6{,}3285 \text{ m}. \end{cases}$$

Die Basisbreiten b der beiderseitigen Fundamentschichten wurden bei einer Länge gleich der Brückenbreite (4 m) zu je 2,0 m vorgesehen, welcher Basisbreite nach Ziffer 142 ein specifischer Druck von 3,04 at entspricht.

Digitized by Google

Tabelle I

zur Berechnung und Konstruktion des definitiven Gewölbeprofils des Hauptbrückenbogens.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
Laufde No.	x	y_x (Gl. 68)	tang φ_x (Gl. 69)	$\sec^3 \varphi_x$	$\sec \varphi_x$	$v_x = q_x \cos \varphi_x$ (Gl. 74)	$\eta = v_x \sec^2 \varphi_x = q_x \sec \varphi_x$	$v_x \sec \varphi_x = q_x$
	m	m				m	m	m
1.	0	0	0	1,0000	1,0000	0,4500	**0,4500**	0,4500
2.	1,0	0,0508	0,1020	1,0104	1,0052	0,4494	**0,4541**	0,4517
3.	2,0	0,2051	0,2075	1,0431	1,0213	0,4475	**0,4668**	0,4570
4.	3,0	0,4688	0,3220	1,1037	1,0506	0,4444	**0,4905**	0,4669
5.	4,0	0,8551	0,4546	1,2067	1,0985	0,4401	**0,5311**	0,4834
6.	5,0	1,3889	0,6200	1,3844	1,1766	0,4346	**0,6017**	0,5114
7.	6,0	2,1132	0,8401	1,7058	1,3060	0,4278	**0,7297**	0,5587
8.	7,0	3,0976	1,1462	2,3138	1,5211	0,4197	**0,9711**	0,6384
9.	8,0	4,4488	1,5806	3,4983	1,8704	0,4105	**1,4360**	0,7678
10.	8,9	6,1038	2,1267	5,5229	2,3500	—	—	—
11.	9,0	6,3285	2,1985	5,8334	2,4152	0,4000	**2,3337**	0,9661
12.	9,1	6,5428	2,2730	—	—	—	—	—
13.	9,3	7,0116	2,4297	—	—	—	—	—
14.	10,0	8,9297	3,0699	10,4239	3,2287	—	—	—

Dass das berechnete definitive Gewölbeprofil der gestellten Bedingung entspricht, ergiebt sich aus der sehr annähernden Übereinstimmung der Pfeilhöhe der kreisförmigen inneren Gewölblinie vom Radius $r = 9{,}3$ m für die mittlere Strecke $2 \times 4{,}6 = 9{,}2$ m der lichten Spannweite mit der entsprechenden Pfeilhöhe der inneren Profillinie des parabolischen Gewölbes, denn für erstere berechnet sich der Wert

$$9{,}3 - \sqrt{9{,}3^2 - 4{,}6^2} = 1{,}2173 \text{ m},$$

für letztere der Wert

$$1{,}1553 + \tfrac{1}{2}\,(0{,}43695 \,.\, 1{,}3011 - 0{,}4500) = 1{,}2144 \text{ „},$$

also Differenz kaum 3 mm.

V. Kapitel.

Über die Gestaltung der Stützebenen parabolischer Brückengewölbe im Baugrunde.

(Hierzu Figuren 2, 3 und 4.)

Dem Grundgesetze des Horizontalschubs versteifter Tragbögen kontinuierlichen Systems gemäss gilt, wie gezeigt wurde, als erste Hauptregel der Satz:

Digitized by Google

Die Stützebenen eines parabolischen Brückengewölbes im Baugrunde sollen normal stehen zur Profilmittellinie des Brückengewölbes, wobei natürlich die Koincidenz letzterer Profilmittellinie mit der Mitteldruckslinie der ständigen Gewölbbelastung vorausgesetzt ist.

Die genaue Einhaltung dieser Hauptregel würde nun wohl bei der Bauausführung in gar manchen Fällen auf Schwierigkeiten stossen, Schwierigkeiten, welche ihren Grund teils in der natürlichen Beschaffenheit des Baugrundes und der Terraingestaltung, teils in der Beschaffenheit und Bestimmung des Bauwerkes selbst haben dürften, wenn diese Hauptregel so aufzufassen wäre, dass alle Teile einer Gewölbestützfläche in einer und derselben Normalebene zur Profilmittellinie liegen sollen.

Letzteres ist indessen durchaus nicht der Fall; im Gegenteil lassen sich, wie nachstehend bewiesen werden wird, an Stelle der normalen Stützebene eines Gewölbschenkels Kombinationen von Ebenen oder auch gekrümmte Flächen setzen, welche in ihrer kombinierten Rückwirkung auf das Gewölbe dem Grundgesetze des Horizontalschubs ebenso, ja, zuweilen unter Umständen sogar noch besser entsprechen dürften, als die Normale zur Profilmittellinie, Kombinationen von Ebenen oder gekrümmte Flächen, welche es jederzeit ermöglichen, die Gewölbaufleger im Baugrunde unbeschadet der dem Grundgesetze des Horizontalschubs entsprechenden Koincidenz der Mitteldruckslinie für das ständige Eigengewicht der Brücke mit der Profilmittellinie des Gewölbes so zu gestalten, wie es für die Erfordernisse der Bauausführung am zweckmässigsten erscheint.

Die für die Bauausführung geeignetste Gestaltung der Gewölbestützflächen im Baugrunde kann nun auf drei verschiedene Arten herbeigeführt werden:

a) durch geeignete Abtreppung des Baugrundes;
b) durch Substituierung zweier sich schneidender Ebenen an Stelle der Normalebene, von welchen die eine horizontal liegt, die andere aber unter verschiedenen Winkeln gegen den Horizont geneigt sein kann;
c) durch Substituierung einer entsprechend angeordneten parabolischen oder Kreis-Cylinderfläche an Stelle der Normalebene.

ad a. Nehmen wir an, die Stützfläche eines Gewölbschenkels im Baugrunde solle sich z. B. wegen horizontaler

Digitized by Google

Gestaltung der Terrainoberfläche und der Schichtung der Terrainformationen nicht allzuweit von der horizontalen Lage entfernen, damit das Gewölbefundament durchweg möglichst in eine und dieselbe Schichte des Baugrundes zu liegen kommt, so kann man nach Figur 2 die horizontale Fläche des Baugrundes in eine entsprechende Anzahl gleichbreiter oder je nach den Umständen auch ungleich breiter Streifen teilen und unter jedem solchen Streifen eine Rinne von rechteckigem Querschnitte derart ausheben, dass von den beiden Begrenzungsebenen derselben die eine senkrecht steht zur Stützendrucksresultanten $\hat{N}$, die andere auf ersterer Ebene senkrecht stehende Ebene daher eine der Stützendrucksresultanten parallele Lage erhält. Hierdurch entsteht eine regelmässige oder unregelmässige Abtreppung, in welcher die Summe aller zu letzterer Resultanten senkrechten und daher zur Profilmittellinie normalen Teilebenen gleich ist der normalen Stützebene des Gewölbes, deren Spur in der Profilebene die Gerade BC ist. Der Gesamtdruck auf alle diese normalen Teilebenen dürfte sich aber noch um die Summe der Reibungswiderstände der Gewölbeschenkel an den zur Stützendrucksresultanten parallelen Teilebenen geringer gestalten, als der berechnete Normaldruck auf die Stützebene, deren Spur BC, weil ja diese Reibungswiderstände dem Normaldrucke direkt entgegenwirken.

ad b. Lehrsatz.

Die zur Profilmittellinie eines parabolischen Brückengewölbes normalen Stützebenen des letzteren im Baugrunde lassen sich stets durch je eine einfach gebrochene Stützfläche ersetzen, welche zusammengesetzt ist aus einer Horizontalebene und einer unter beliebigem stumpfen Winkel gegen die horizontale Teilebene geneigten Ebene.

Beweis.

In Figur 3 bezeichne BA die Stützendrucksresultante $\hat{N}$ eines Brückengewölbes im Baugrund nach Grösse und Richtung, BC den zugehörigen Horizontalschub $\hat{H}_p$ und CA die vertikale Komponente von $\hat{N}$ ebenfalls nach Grösse und Richtung. A sei der Schwerpunkt der zu $\hat{N}$ senkrechten Stützebene, deren Spur in der vertikalen Profilebene die zu BA senkrechte Gerade ba ist, welche durch den Punkt A halbiert wird.

Konstruieren wir nun über ab ein rechtwinkeliges Dreieck abc, dessen eine Kathete eine Horizontale darstellt und durch

Digitized by Google

b die Parallelen bd, be, bf zu den Geraden BD, BE, BF, welche die Vertikale CA in den beliebigen Punkten D, E, F schneiden, so sind nach den Regeln der elementaren Planimetrie die Dreiecke ABD, ABE, ABF ähnlich den Dreiecken abd, abe, abf und es bestehen demgemäss die Proportionen:

AB : ab = BC : bc = BE : be = BF : bf und

AB : ab = AC : ac = AD : ad = AE : ae = AF : af.

Nun entspricht voraussetzungsgemäss der Druckresultanten BA die zu ihr senkrechte Strecke ba als Spur der normalen Stützebene. Weil nun BA die Resultante jedes der Kräftepaare AC und BC, AD und BD, AE und BE, AF und BF ist und diese 4 Paare von Kräften jederzeit an Stelle ihrer Resultanten gesetzt werden können, so folgt aus den vorstehenden Proportionen, dass auch die Streckenpaare ac und bc, ad und bd, ae und be, af und bf an Stelle der zu AB senkrechten Spur ab der normalen Stützebene und dementsprechend die zu vorbezeichneten Streckenpaaren als Spuren in der vertikalen Profilebene gehörigen Ebenenpaare an die Stelle der normalen Stützebene des Gewölbes gesetzt werden können, indem ja jede dieser ebenen Teilflächen der auf ihr senkrecht stehenden Teilkraft als zugehörige Stützebene ganz ebenso entspricht, wie die normale Stützebene der Stützendrucksresultanten $\hat{N}$. Die vereinigte Wirkung der ebenen Teilflächenpaare, deren Spuren in der Profilebene die Streckenpaare ac und bc, ad und bd, ae und be, af und bf sind, ist also unter der Voraussetzung der gleichen konstanten Druckfestigkeit oder Tragfähigkeit des Baugrundes an allen Stellen der ebenen Teilflächen, wie an allen Punkten der normalen Stützebene ab genau dieselbe, wie die Wirkung der normalen Stützebene selbst und die in der angegebenen Weise aus 2 ebenen Flächen zusammengesetzte Stützfläche entspricht demgemäss dem Grundgesetze des Horizontalschubs unter der gemachten Voraussetzung ganz ebenso, wie die normale Stützebene, was zu beweisen war.

ad c. Stellt in Figur 4 AB Lage und Richtung der Stützendrucksresultanten $\hat{N}_\mu$ eines parabolischen Brückengewölbes und die zu AB senkrechte Strecke ab die zugehörige Spur der normalen Stützebene des Gewölbes in dessen vertikaler Profilebene dar, so kann man diese normale Stützebene durch eine Kreiscylinderfläche mit zur Profilfläche senkrechten Mantellinien oder auch durch eine parabolische Cylinderfläche von gleicher Axrichtung ersetzen, Cylinderflächen, deren Spuren in

Digitized by Google

der Profilebene des Gewölbes bezw. durch einen in Bezug auf die Stützpunktangente der Profilmittellinie, welche mit den Stützendrucksresultanten koincidiert, symmetrischen Kreisbogen acb, oder durch einen Parabelbogen zweiter Ordnung ac'b, dessen Axe die Gerade AB ist, dargestellt werden. Die Kreisbögen oder Parabelbögen, in welchen die cylindrischen Stützflächen die Profilebene des Gewölbes schneiden, können nun innerhalb gewisser, später näher zu bestimmender Grenzen mit verschiedenen Radien bezw. Parametern beschrieben werden. Von allen auf solche Weise beschriebenen Cylinderflächen kann nun behauptet werden, dass sie an Stelle der normalen Stützebene mit der Spur ab in der Profilebene gesetzt werden dürfen, ohne dass das Gewölbe bei vorschriftsmässiger Beschaffenheit des Baugrundes und sonst den theoretischen Grundbedingungen entsprechender Ausführung aufhört, den an ein parabolisches Brückengewölbe zu stellenden Anforderungen zu entsprechen.

Beweis.

Der Beweis für die Richtigkeit dieser Behauptung ergiebt sich aus Figur 4, wenn wir uns die Wirkung der Stützendrucksresultanten $\hat{N}_p$ ihrer centrischen Lage entsprechend gleichmässig über die normale Stützfläche, deren Spur ab ist, verteilt denken. Greifen wir z. B. je 2 Elemente dieser gleichmässig über ab verteilten Normalkraft $\hat{N}_p$ heraus, welche die gekurvten Spuren acb und ac'b der cylindrischen Stützflächen in den gleichweit von AB entfernten Punktepaaren d, e und d', e' schneiden, und zerlegen wir jedes der beiden Kraftelemente df, eh und d'f', e'h' in 2 Seitenkräfte parallel und senkrecht zu den zugehörigen Elementen der Cylinderflächen, wodurch wir die Teilkräfte dg = ei und fg = hi bezw. d'g' = e'i' und f'g' = h'i' erhalten, so werden die zu den Kurvenelementen parallelen Teilkräfte fg = hi, bezw. f'g' = h'i', soweit die Winkel γ, bezw. γ', welche die zu AB parallelen Kraftelemente mit den Kurvenelementen bilden, kleiner oder wenigstens nicht grösser sind, als der Reibungswinkel δ des Gewölbmaterials auf Baugrund, durch die Reibungswiderstände des Baugrundes vollständig aufgehoben (absorbiert) und es bleiben nur noch die normalen Kraftkomponenten dg = ei, bezw. d'g' = e'i' wirksam, welche einerseits um so kleiner sind und andererseits auf um so grössere Flächenelemente treffen, je weiter die Punkte d und e von c, bezw. die Punkte

Digitized by Google

d′ und e′ von c′ entfernt sind und je grösser der Pfeil Bc, bezw. Bc′ der Schnittkurve der cylindrischen Stützfläche mit der Profilebene ist.

Sind daher die den Winkeln γ, γ' entsprechenden Winkel α, α' an den beiderseitigen Kurven-Endpunkten a und b nicht grösser als der Reibungswinkel δ, so bleiben bloss die in Bezug auf AB symmetrisch angeordneten normalen Komponenten der zu AB parallelen und einander gleichen Kraftelemente wirksam. Nachdem nun die Werte der normalen Komponenten dg = ei, bezw. d′g′ = e′i′ vom Kurvenscheitel bei c, bezw. c′ gegen die Kurvenenden a und b hin proportional den Werten von $\cos\gamma$, bezw. $\cos\gamma'$ abnehmen, die gleichen Elementen von ab entsprechenden Flächenelemente von acb, bezw. ac′b aber in gleichem Verhältnisse zunehmen, so folgt, dass in diesem Falle der specifische Normaldruck auf die zu den Mantellinien parallelen Elemente der cylinderförmigen Stützflächen des Gewölbes von den Rändern der Cylinderfläche bei a und b gegen die Mitte hin im Verhältnisse der Werte von $\cos^2\gamma$, bezw. $\cos^2\gamma'$ zunimmt bis zu dem höchsten Werte, welcher gleich ist dem specifischen Normaldruck auf die normale Stützebene.

Sind dagegen die Winkel α, bezw. α' bei a und b grösser als der Reibungswinkel δ, so bleibt an jeder Stelle der Cylinderfläche, an welcher γ, bezw. $\gamma > \alpha$ ist, eine zum Kurvenelemente parallele Gleitkraft übrig, welche z. B. beim Punkte d in Figur 4 gleich kf′ ist. Zerlegt man nun die restierenden Gleitkräfte aller Kurvenelemente in den beiderseitigen Kurvenstrecken zwischen $\gamma = \alpha$ und $\gamma = \delta$ in je eine Teilkraft bf′ normal zum Kurvenelemente und kl parallel zu ab, so vergrössern die ersteren Teilkräfte die ursprünglichen normalen Teilkräfte und können bei grossen Werten der Differenz $(\gamma - \delta)$ im Vereine mit den ursprünglichen Normalkräften Kräftesummen ergeben, welche grösser sind als die zu AB parallelen Kraftelemente, so dass der normale Gesamtdruck auf die Cylinderfläche in diesem Falle sogar mehr oder minder bedeutend grösser werden kann, als der Gesamtdruck auf die normale Stützebene, und der specifische Normaldruck namentlich gegen die Ränder bei a und b hin ganz ausserordentlich gross werden kann. In Figur 4 z. B. ist d′f′ = 2,0 und d′g′ + f′l′ = 1,5 + 0,8 = 2,3. Dagegen werden sich die zu ab parallelen Teilkräfte kl und k′l′ der überschüssigen Gleitkräfte kf′ und k′h′ zu beiden Seiten von AB als paarweise einander gleiche

Digitized by Google

und in einer und derselben Geraden, aber in entgegengesetztem Sinne wirkende Kräfte unter allen Umständen gegenseitig aufheben.

Hiermit dürfte mit mathematischer Schärfe der Beweis geliefert sein, dass man die normalen Stützebenen eines parabolischen Brückengewölbes stets in der bezeichneten Weise durch cylindrische Stützflächen ersetzen kann, sowie dass der im Verhältnisse von $\cos^2\gamma$ von aussen gegen die Mitte der Stützfläche hin zunehmende Normaldruck bei solchen, soweit $\alpha \leqq \gamma$ ist, kleiner ist, als der Normaldruck auf die ebene Stützfläche, und demnach unter vorstehender Bedingung cylindrische Stützflächen als die centrale Lage der Druckresultanten im Baugrunde ähnlich den Kämpfergelenken eiserner Tragbögen fixierend sogar den normalen Stützflächen der Brückengewölbe vorzuziehen sind; dass aber dieser Normaldruck für $\alpha > \gamma$ sogar bedeutend grösser werden kann, als der Druck auf die normale Stützebene und daher $\alpha = \gamma$ als die Grenze angesehen werden darf, welche die Konkavität der cylindrischen Stützflächen im allgemeinen nicht beträchtlich überschreiten sollte.

Zieht man jetzt noch in Betracht, dass man die Gestaltungen der Gewölbebasis im Baugrund nach lit. a und b auch nach Bedarf beliebig miteinander kombinieren kann, so wird man zu der Erkenntnis gelangen, dass die Form der Stützflächen eines parabolischen Brückengewölbes stets ganz nach Erfordernis und Umständen den Terrainverhältnissen, der Natur des Baugrundes und der Art des Bauwerks angepasst werden kann, ohne dass das letztere deshalb aufhört, allen Bedingungen parabolischer Brückengewölbe zu genügen.

Für das vorliegende Bauwerk eignen sich die Gestaltungen der Gewölbebasis sub lit. b und c. Thatsächlich wurde, wie der Längenschnitt der Brücke und Figur 5 zeigen, nur die Gestaltung sub lit. b in Anwendung gebracht.

VI. Kapitel.

Das Hagen'sche Princip der sichersten Mitteldruckslinie.

Einleitende Darlegungen.

Wie aus den bisherigen Entwicklungen in Verbindung mit den in der eingangs erstcitierten Druckschrift veröffent-

Digitized by Google

lichten statisch-mathematischen und experimentellen Nachweisen klar hervorgeht, ist für Berechnung und Konstruktion der Profilmittellinie parabolischer Tonnengewölbe das direkt und unmittelbar in ganz bestimmter Weise die absolut sicherste Mitteldruckslinie für ein gegebenes symmetrisches Belastungssystem, nämlich die Mitteldruckslinie der axialen Pressungen liefernde Grundgesetz des Horizontalschubs versteifter Tragbögen kontinuierlichen Systems allein massgebend.

Indessen liefert dieses Grundgesetz die absolut sicherste Mitteldruckslinie als Mittellinie des Gewölbeprofils nur für eine einzige Belastungsanordnung, nämlich für diejenige, welche eben der Berechnung der Profilmittellinie zu Grunde gelegt wird, hier das ständige Eigengewicht der Brücke. Für alle anderen Belastungsanordnungen ist die dem Grundgesetze des Horizontalschubs entsprechend zu den Stützebenen des Gewölbes normale Mitteldruckslinie nicht mehr die sicherste Mitteldruckslinie, und es können, wie Bedingungsgleichung 19 zeigt, dem Grundgesetze des Horizontalschubs gemäss schon an sich unbeträchtliche veränderliche Belastungen auch bei gleichmässiger Verteilung derselben über die Stützweite, so dass die reduzierte Belastungsfläche $\triangle \hat{F}$ ein Rechteck von der Höhe $\triangle b$ (Figur 1) darstellt, zu dem durch Relation 13 bestimmten Flächeninhalte der reduzierten Belastungsfläche des Eigengewichtes für einen Gewölbschenkel hinzugefügt, unter der Voraussetzung mehr oder minder steiler Lage der Stützpunkttangente AI wegen der schon kleinen Zunahmen des horizontalen Hebelarmes $(s - s_o)$ entsprechenden beträchtlicheren Zunahmen des vertikalen Hebelarmes $e = h' - h$ der excentrischen Horizontalkraft im Bogenscheitel ganz bedeutende Zug- und Druckspannungen in den Scheitelkanten des Gewölbes zur Folge haben, ein theoretisches Ergebnis, welchem die Erfahrung widerspricht.

Demnach müssen sich in jedem ausgeführten Brückengewölbe Vorgänge abspielen, welche geeignet sind, bei ungünstiger Lage der nach dem Grundgesetze des Horizontalschubs bestimmten Mitteldruckslinie der ständigen Belastung oder bei Belastungsänderungen die dem Grundgesetze des Horizontalschubs gemäss entstehenden Zug- und Druckspannungen in den Kanten der gefährlichen Querschnitte mehr oder minder bedeutend abzuschwächen. Eine solche Abschwächung ist aber aus statischen Gründen nur als Folge einer

Digitized by Google

entsprechenden Änderung in der Lage der nach dem Grundgesetze des Horizontalschubs bestimmten Mitteldruckslinie denkbar, eine Änderung, welche hinwiederum nur von einem gewissen, durch die mehr oder minder elastische Beschaffenheit des Gewölbematerials bedingten Anpassungsvermögen des Gewölbemauerwerks an die Wirkungen der äusseren Kräfte herrühren kann, welches Anpassungsvermögen die Mitteldruckslinie zwingt, bei ungenügender statischer Sicherheit ihrer dem Grundgesetze des Horizontalschubs entsprechenden Lage von dieser ursprünglichen Lage bis zu einer gewissen unüberschreitbaren Grenze in immer sicherere Lagen überzugehen.

Diese Erkenntnis war es vermutlich, welche den verstorbenen k. preussischen Geheimen Oberbaurat Dr. G. Hagen zu dem von ihm aufgestellten „Princip der sichersten Mitteldruckslinie“ führte. Hagen definiert dasselbe in seiner 1862 veröffentlichten Broschüre „Über Form und Stärke gewölbter Bögen“ folgendermassen:

„Man nehme an, dass durch irgendwelche Änderungen „die Widerstandsfähigkeit des Bogens sich nach und nach „vermindert, so werden von den zahlreichen und sogar un„endlich vielen Systemen, deren jedes einzelne ursprünglich „das Gleichgewicht zu erhalten imstande war, eines nach „dem anderen versagen. Wie sehr aber ihre Anzahl sich „auch vermindert, so ist dennoch der Bogen nicht früher „bedroht, als bis das letzte, welches stets die grösste Sicher„heit bot, sich auch als zu schwach erweist. — Dieses letzte „sicherste Stützensystem ist es, welches allein entscheidet, „ob der Bogen sich hält oder zusammenstürzt und auf dessen „Bestimmung es demgemäss ankommt.“

Obwohl diese Definition dem thatsächlichen Vorgange nicht entsprechen dürfte, weil eben die Widerstandskraft guten Gewölbemauerwerks erfahrungsgemäss im Verlaufe der Zeit nicht ab-, sondern infolge fortschreitender Mörtelerhärtung zunimmt, so ist doch der Vorgang, auf welchen sich diese Definition bezieht, darum nicht minder zweifellose Thatsache. Wie sehr nun auch dieses Hagen'sche Princip der sichersten Mitteldruckslinie dem Wesen nach im Einklange mit dem auf Erfahrung gestützten statischen Gefühle stehen möge, so kann es doch, ganz abgesehen von dem vorbezeichneten formellen Bedenken gegen vorstehende Definition in der darin zum Ausdrucke gebrachten Allgemeinheit nicht als zutreffend anerkannt werden. Denn hiernach wäre ja die Lage der sichersten

Digitized by Google

Mitteldruckslinie ganz unabhängig von den Vertikalneigungen der Stützebenen der Gewölbeschenkel und es wäre für eine und dieselbe Profilmittellinie die Lage der mit letzterer nicht zusammenfallenden Mitteldruckslinie bei irgend einer Belastungsanordnung genau dieselbe für horizontale oder annähernd horizontale Lagen, wie für steile Vertikalneigungen der Stützebenen des Gewölbes, was nicht nur der Erfahrung widerspricht, sondern geradezu unmöglich ist. Es dürfte sich im Gegenteil ganz von selbst verstehen, dass sich die Mitteldruckslinie für irgend eine Belastung in keinem Falle von der durch das Grundgesetz des Horizontalschubs statisch bestimmten Lage weiter entfernen kann, als es das durch den Elasticitätsgrad des Bogenmaterials bedingte Anpassungs- oder Akkommodationsvermögen des Bogens gestattet, was jedenfalls nicht über eine gewisse enggezogene Grenze hinausgeht, eine Grenze, welche am geeignetsten durch den Drehungswinkel $\triangle \varphi_A$ einer der beiden Stützebenen des Gewölbes bestimmbar sein dürfte, welcher der elastischen Formänderung des Gewölbeprofils unter der Voraussetzung entspricht, dass die Mitteldruckslinie nach der durch letztere Formänderung bewirkten Veränderung ihrer Lage dem Grundgesetze des Horizontalschubs noch ebenso entsprechen würde, wie vorher. Dieser Drehungswinkel dürfte wohl das Mass von wenigen Graden auf keinen Fall überschreiten. — Nachdem nun aber bei Brückengewölben, bei welchen die Vertikalneigungen φ'_A der Stützebenen der Gewölbschenkel, wie sie sich für die nach der Hagen'schen Methode bestimmte sicherste Stützlage der Mitteldruckslinie des Eigengewichtes der Brücke unter der Voraussetzung normaler Stellung dieser sichersten Mitteldruckslinie zu jenen Stützebenen berechnen, von den thatsächlichen Vertikalneigungen ihrer Stützebenen bedeutend abweichen, eine auch nur annähernde Bestimmung der wirklichen Lage der Mitteldruckslinie nicht möglich ist, so folgt von selbst, dass sich die in derartigen Brückengewölben wirkenden Kräfte jeder Kontrolle und Berechnung entziehen.

Hiermit dürfte ein bedeutsamer Beleg für die Thatsache geliefert sein, dass die grosse Mehrzahl aller bis Ende des vorigen Jahrzehntes ausgeführten gewölbten Brücken, insbesondere die meisten unserer gewölbten Eisenbahnbrücken mit ihren im Widerspruche mit den Gesetzen der Statik von der Gewölbeform weit abweichenden Widerlagsmauern und horizontalen Fundamentsohlen schon infolge ihrer ungeeigneten

Digitized by Google

und statisch unrichtigen Profilform, ganz abgesehen von der an sich eine sichere statische Berechnung ausschliessenden heterogenen Beschaffenheit ihrer Mauerwerksquerschnitte (z. B. Hausteinvorsetzmauerwerk mit Bruchsteinhintermauerung in mehr oder minder schlechtem Mörtel) keine auch nur annähernd richtige Berechnung der in ihnen wirkenden Kräfte und der durch die letzteren bewirkten Materialbeanspruchungen gestattet und dass es daher sachlich vollkommen begründet war, wenn bei Projektierung solcher Bauwerke von einer eigentlichen statischen Berechnung in der Regel gänzlich Abstand genommen wurde.

Es dürfte aber hierdurch auch die bedauernswerte Thatsache wenigstens teilweise ihre naturgemässe Erklärung finden, dass mit nur sehr wenigen Ausnahmen im Bau gewölbter Brücken bis in die neueste Zeit kein wesentlicher Fortschritt zu bemerken war und hohe, weitgespannte Brückengewölbe noch heutzutage zu den grössten Seltenheiten gehören. Die Grundursache dieses bedauerlichen Zustandes unserer Gewölbebautechnik liegt indessen ohne Zweifel in dem bisherigen Fehlen einer richtigen und praktisch leicht verwertbaren Gewölbetheorie, ohne welche die Berechnung und Konstruktion richtig geformter und vollkommen stabiler Gewölbe überhaupt nicht möglich ist. Denn wie hätte man es wagen dürfen, ohne die sichere Grundlage statisch richtiger Berechnungs- und Herstellungsmethoden an den Bau gewölbter Eisenbahnbrücken heranzutreten, welche in Bezug auf statisch sichere und tragkräftige Überspannung weiter Lichträume den Wettbewerb mit eisernen Brückenüberbauten nicht zu scheuen brauchten? Wie hätte man auch nur entfernt daran denken dürfen, durch weitgespannte gewölbte Eisenbahnbrücken bei gleichen oder geringeren Baukosten gegenüber den eisernen Brückenüberbauten Vorteile zu erzielen, welche sich durch Eisenkonstruktionen niemals erreichen lassen, nämlich unbegrenzte Dauerhaftigkeit des Bauwerks und vollkommenste statische Sicherheit der Konstruktion ohne wesentliche Unterhaltungskosten?

Dieses alles ist jetzt durch Berechnung, Konstruktion und Ausführung gewölbter Brücken nach den Normen der neuen Gewölbetheorie des Verfassers bei jedem beliebigen Verdrückungsverhältnisse der gewölbten Bögen leicht zu ermöglichen.

REESE LIBRARY OF THE UNIVERSITY OF CALIFORNIA
Digitized by Google

VII. Kapitel.

Aufstellung der notwendigen Relationen zur Berechnung der sichersten Mitteldruckslinie für ungünstigste Gewölbebelastung, sowie für jede andere Belastung, deren nach dem Grundgesetze des Horizontalschubs berechnete Mitteldruckslinie nicht mit der Mittellinie des Gewölbeprofils koincidiert.

Es handelt sich nun zunächst darum, zu untersuchen, ob bei den nach den Normen der neuen Gewölbetheorie berechneten konstruierten und ausgeführten parabolischen Brückengewölben die Abweichung der Horizontalneigungen der Stützpunkttangenten der nach dem Hagen'schen Princip berechneten sichersten Mitteldruckslinien für alle vorkommenden Belastungen von den Normalen zu den Stützebenen des Gewölbes, eine Abweichung, welche dem im vorigen Kapitel erwähnten Drehungswinkel $\Delta\varphi_A$ bezw. $\Delta\varphi_B$ gleich ist, so klein ist, dass man der Berechnung der grössten Biegungskräfte unbedenklich diese sicherste Mitteldruckslinie zu Grunde legen darf, um die Gewissheit hinreichender Übereinstimmung der für letztere berechneten grössten Druck- und Zugspannungen mit den thatsächlichen Spannungskräften zu haben.

Zu diesem Zwecke sind vor allem die allgemeinen Relationen zur Berechnung der sichersten Mitteldruckslinie nach dem Hagen'schen Princip aufzustellen. Das hierbei von mir angewendete, von dem umständlicheren und weniger genauen Hagen'schen Verfahren abweichende Berechnungsverfahren ist folgendes:

Man konstruiert zuerst für das gegebene Belastungssystem eine Mitteldruckslinie, welche einem Werte des zugehörigen Horizontalschubs entspricht, dessen Mitteldruckslinie bei gleichmässiger Verteilung des veränderlichen Teils der Belastung über die Gewölbspannweite durch die beiden Stützpunkte und den Scheitel der Profilmittellinie hindurchgeht, wobei es natürlich in dem Falle, wo die Mitteldruckslinie der ständigen Belastung mit der Profilmittellinie koincidiert, d. h. bei allen parabolischen Tonnengewölben genügt, lediglich die Mitteldruckslinie für den veränderlichen Teil der Belastung in der bezeichneten Art zu konstruieren. — Alsdann ändere man die Pfeilhöhe der konstruierten Mitteldruckslinie unter Beibehaltung ihrer Stützpunkte in den Schwerpunkten der beiderseitigen Stützebenen (gemäss Kapitel III und XIII der erst-

Digitized by Google

citierten Druckschrift) derart ab, dass in den gefährlichen Querschnitten der sichersten Mitteldruckslinie, deren in der Regel je einer auf jeder Seite der Scheitelvertikalen vorhanden ist, zu welchen speciell für symmetrische und annähernd symmetrische Belastungsanordnung noch der gefährliche Scheitelquerschnitt hinzutritt, die Werte der Verhältniszahlen

$$\frac{\Delta y}{\mathfrak{h}_x} = \frac{(\mathfrak{y}_x - \mathfrak{y}'_x)}{\mathfrak{h}_x} = \frac{(y'_x - y_x)}{\mathfrak{h}_x} \qquad 76.$$

bei entgegengesetzter Richtung der vertikalen Hebelarme Δy einander gleich sind. In vorstehenden Ausdrücken bezeichnet Δy den vertikalen Abstand der betreffenden Mitteldruckslinie von der Profilmittellinie, einmal ausgedrückt durch die Ordinatendifferenz $(\mathfrak{y}_x - \mathfrak{y}'_x)$ in Bezug auf die Stützpunktsehne, das andere Mal ausgedrückt durch die Ordinatendifferenz $(y'_x - y_x)$ in Bezug auf die Scheitelhorizontale der Profilmittellinie als Abscissenaxe und $\mathfrak{h}_x$ die Höhe des Vertikalschnittes des Gewölbeprofils im Abstande x von der Scheitelvertikalen. Die gefährlichen Querschnitte eines Tonnengewölbes erkennt man im allgemeinen daran, dass die Werte der Verhältniszahlen sub 76 für dieselben Maxima sind, wobei zu bemerken ist, dass diese Verhältniszahlen den entsprechenden Verhältniszahlen für die durch die gleichen Punkte der Profilmittellinie gelegten Normalschnitte gleich sind, indem letztere aus ersteren einfach durch Multiplikation von Zähler und Nenner des Bruches mit $\cos \varphi_x$ entstehen.

Seien $x_1 = m$ und $x_2 = n$ die Abscissen der beiden gefährlichen Querschnitte und nehmen wir an, dass die konstruierte Mitteldruckslinie bei $x = m$ unterhalb, bei $x = n$ dagegen oberhalb der Profilmittellinie liege, so ergeben sich, wenn

$$c = \frac{h''}{h} = \frac{\hat{H}}{\hat{H}''} \qquad 77.$$

der Koeffizient ist, mit welchem die Ordinatenwerte $\mathfrak{y}'_m$ und $\mathfrak{y}'_n$ zu multiplizieren sind, um die gesuchte sicherste Mitteldruckslinie zu erhalten, für letztere folgende Werte der betreffenden Verhältniszahlen

$$\frac{\Delta' \mathfrak{y}_m}{\mathfrak{h}_m} = \frac{\mathfrak{y}_m - c\,\mathfrak{y}'_m}{\mathfrak{h}_m} \text{ und } \frac{\Delta' \mathfrak{y}_n}{\mathfrak{h}_n} = \frac{c\,\mathfrak{y}'_n - \mathfrak{y}_n}{\mathfrak{h}_n} \qquad 78.$$

und da diese Werte bedingungsgemäss einander gleich sein müssen, so folgt aus der Gleichsetzung derselben die allgemeine Relation zur Bestimmung des Koeffizienten c

$$c = \frac{\mathfrak{h}_m \mathfrak{y}_n + \mathfrak{h}_n \mathfrak{y}_m}{\mathfrak{h}_m \mathfrak{y}'_n + \mathfrak{h}_n \mathfrak{y}'_m}, \qquad 79.$$

Digitized by Google

welche von den Vorzeichen der Werte von $\Delta' y_m$ und $\Delta' y_n$ gänzlich unabhängig ist. — Ist die Belastung, deren sicherste Mitteldruckslinie bestimmt werden soll, in Bezug auf die Scheitelvertikale der Profilmittellinie symmetrisch angeordnet, so kommt nur einer der beiden Gewölbschenkel für die Berechnung der sichersten Mitteldruckslinie in Betracht und zu dem gefährlichen Querschnitt in diesem Schenkel tritt alsdann für letztere noch ein zweiter gefährlicher Querschnitt im Bogenscheitel hinzu. Sind η_m, η'_m die betreffenden Ordinatenwerte für den ersten gefährlichen Querschnitt und $\eta = h$, $\eta' = h'$ die zugehörigen Ordinatenwerte für den Scheitelquerschnitt q_o, so verwandelt sich für diesen Fall Gleichung 79 in folgende Bedingungsgleichung:

80. $$c = \frac{\eta_m h + q_o \eta_m}{\eta_m h' + q_o \eta'_m}$$

und für den Fall, dass ausserdem noch $h' = h$ ist, geht Relation 80 in folgende über:

81. $$c = \frac{\eta_m h + q_o \eta_m}{\eta_m h + q_o \eta'_m}.$$

Das vorstehend beschriebene Verfahren zur Bestimmung der sichersten Mitteldruckslinie charakterisiert sich nun eigentlich als Näherungsverfahren, indem die Lage der gefährlichen Querschnitte in den Schenkeln des Gewölbprofils mit Änderung der Lage der Mitteldruckslinie sich ändert und 2 Gewölbquerschnitte, für welche z. B. die Verhältniszahlen sub 76 vor Bestimmung der sichersten Lage nach einer der Gleichungen 79—81 positive und negative Maxima waren, für denjenigen Wert der Verhältniszahl c, bei welchem die betreffenden Werte einander gleich werden, dieselben keine Maximalwerte mehr darstellen, weil bei dieser neuen Lage der Mitteldruckslinie an anderen Punkten der Profilmittellinie noch grössere Werte der betreffenden Verhältniszahlen auftreten. Das Verfahren ist in diesem Falle unter Zugrundelegung der letztberechneten Lage der Mitteldruckslinie zu wiederholen und solange fortzusetzen, bis die berechneten gleichen Werte der Verhältniszahlen 76 wirkliche Maximalwerte sind oder sich von solchen nicht mehr beträchtlich unterscheiden. Es ist indessen hier zu bemerken, dass es bei derartigen Berechnungen, wie die späteren Zahlenberechnungen in Kapitel X zeigen werden, durchaus nicht auf grosse Genauigkeit ankommt und wohl in den meisten Fällen, wenn nicht eine einmalige Anwendung, doch eine einmalige Wiederholung des Verfahrens zur Bestimmung

Digitized by Google

der richtigen Druck- und Zugspannungen in den gefährlichen Querschnitten vollkommen ausreichen dürfte.

Für einmalige Wiederholung des Näherungsverfahrens erhält man beispielshalber, wenn man die aus dem erst- und zweitmaligen Verfahren aus einer der Gleichungen 79—81 hervorgehenden Werte mit c und c′ bezeichnet, als Wert des gesuchten Koeffizienten gegenüber der ursprünglichen Mitteldruckslinie $c'' = c \cdot c'$

und daher Gleichung der gesuchten sichersten Mitteldruckslinie

$$y'' = C_x h'' = C_x c'' h = C_x c' h' = C_x c \cdot c' h. \qquad 82.$$

Es kann auch der Fall eintreten, dass die ursprüngliche Lage der Mitteldruckslinie die Lage der gefährlichen Querschnitte gar nicht auch nur annähernd erkennen lässt. In diesem Falle greife man irgend 2 Querschnitte bezw. Vertikalschnitte, welche dem Vermuten nach der Lage der gefährlichen Querschnitte für die sicherste Mitteldruckslinie entsprechen dürften, z. B. bei in Bezug auf die Halbierungsvertikale der Gewölbstützweite symmetrischer Belastungsanordnung ausser dem Vertikalschnitt durch den Gewölbscheitel noch einen Vertikalschnitt in irgend einem der beiden Gewölbschenkel heraus und verfahre alsdann weiter in der vorbeschriebenen Weise zur Bestimmung der gesuchten sichersten Mitteldruckslinie.

VIII. Kapitel.

Beispiel der Anwendung der im VII. Kapitel aufgestellten Berechnungsnormen auf die Berechnung der sichersten Mitteldruckslinie für grösste symmetrische Vollbelastung des Hauptbrückenbogens und vergleichende Berechnungen.

Hierzu Tabelle II.

Wenden wir nun die vorstehenden Entwicklungen auf die Berechnung der sichersten Mitteldruckslinie für die grösste Vollbelastung des berechneten Brückengewölbes unter der Voraussetzung gleichmässiger Verteilung der Verkehrsbelastung über die Bogenstützweite an, indem wir gemäss Ziffer 47 setzen $b'_o = 1{,}26$ m und die Koordinaten des Stützpunktes der Profilmittellinie eines Bogenschenkels nach Ziffer 75, wie folgt, annehmen: $x = s = 9{,}0$ m; $y = h =$ rund 6,33 m. Wir erhalten sodann für $h' = h$ als Scheitelgleichung der ursprünglichen Mitteldruckslinie für gleichmässig über die Stützweite verteilte Verkehrsbelastung:

Digitized by Google

83. $y' = \frac{h}{s^2} x^2 = \frac{6{,}33}{9^2} x^2 = 0{,}07815\, x^2$ und $\mathfrak{H}_v = \frac{9^2 \,.\, 0{,}26}{2 \,.\, 6{,}33} = 1{,}663$ qm,

folglich:

84. $\mathfrak{H} = \mathfrak{H}_p + \mathfrak{H}_v = 9{,}860 + 1{,}663 = 11{,}523$ qm. (Hierzu Ziffer 70.)

Zur Bestimmung der Lage des gefährlichen Querschnittes in einem Bogenschenkel und des zugehörigen Wertes der Verhältniszahl $\frac{\Delta y}{\mathfrak{y}}$ dient Tabelle II, welche die Lage des gefährlichen Querschnittes, wie man sich durch Betrachtung der Zahlenwerte sub Spalte 12 überzeugen kann, sofort richtig für $x = 6$ m angiebt.

Tabelle II

zur Bestimmung der sichersten Mitteldruckslinie für gleichmässig über die Stützweite $2s = 18$ m des Hauptbrückenbogens verteilte Verkehrslast, deren reduzierte Belastungshöhe $\Delta b = 0{,}26$ m ist.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Lfde. No.	x	y Tab. I Sp. 3	$\mathfrak{y} = h - y$	y' Ziffer 83.	$\mathfrak{y}' = h - y'$	$\Delta y = y' - y = \mathfrak{y} - \mathfrak{y}'$	$\mathfrak{y}_x$ Tab. I Sp. 8	$\frac{\Delta y}{\mathfrak{y}}$	$c\mathfrak{y}'$ Ziffer 85.	$\Delta y' = \mathfrak{y} - c\mathfrak{y}'$	$\frac{\Delta y'}{\mathfrak{y}}$
	m	m	m	m	m	m	m		m	m	
1.	0	0	6,330	0	6,330	0	0,450	0	6,652	−0,322	**−0,711**
2.	1,0	0,051	6,279	0,078	6,252	0,027	0,454	0,059	6,570	−0,291	−0,641
3.	2,0	0,205	6,125	0,313	6,017	0,108	0,467	0,231	6,323	−0,198	−0,424
4.	3,0	0,469	5,861	0,703	5,627	0,234	0,491	0,477	5,913	−0,052	−0,106
5.	4,0	0,855	5,475	1,250	5,080	0,395	0,531	0,741	5,338	+0,137	+0,258
6.	5,0	1,389	4,941	1,954	4,376	0,565	0,602	0,938	4,598	+0,343	+0,570
7.	**6,0**	**2,113**	**4,217**	**2,813**	**3,517**	**0,700**	**0,730**	**0,959**	**3,696**	**+0,521**	**+0,714**
8.	7,0	3,098	3,232	3,829	2,501	0,731	0,971	0,753	2,628	+0,604	+0,622
9.	8,0	4,449	1,881	5,002	1,328	0,553	1,436	0,386	1,395	+0,486	+0,338
10.	9,0	6,330	0	6,330	0	0	2,334	0	0	0	0

Die Verhältniszahl c berechnet sich alsdann nach Relation 81, wie folgt: $h = 6{,}33$ m, $\mathfrak{h}_6 = 0{,}730$ m, $q_o = 0{,}45$ m, $\mathfrak{y}_6 = 4{,}217$ m, $\mathfrak{y}'_6 = 3{,}517$ m, daher

85. $$c = \frac{0{,}730 \,.\, 6{,}330 + 0{,}45 \,.\, 4{,}217}{0{,}730 \,.\, 6{,}330 + 0{,}45 \,.\, 3{,}517} = 1{,}0508.$$

Ferner $h'' = 1{,}0508 \,.\, 6{,}33 = 6{,}652$ m, folglich

86. $$\Delta h = 6{,}652 - 6{,}330 = 0{,}322 \text{ m}$$

und zugehörige Werte des Horizontalschubs

87. $\mathfrak{H}'_v = \frac{\mathfrak{H}_v}{c} = \frac{1{,}663}{1{,}0508} = 1{,}583$ qm, sohin $\mathfrak{H}' = 9{,}86 + 1{,}583 = 11{,}443$ qm.

Digitized by Google

Durch Einsetzung der berechneten Werte in die Relation $e = \frac{\hat{H}'_v \, \Delta h}{\hat{H}'}$ (Ziffer 114) erhält man den Wert

$$e = \frac{1{,}583 \,.\, 0.322}{11{,}443} = 0{,}045 \text{ m.} \qquad 88.$$

Durch Einsetzung letzteren Wertes, sowie des Wertes: $\frac{\hat{H}'}{q_o} = \frac{11{,}443}{0{,}45} = 25{,}4 \text{ m} = 5{,}59 \text{ at.}$ (vergl. Ziffer 7) in die Be- 89.
dingungsgleichungen 5 berechnen sich für die gesuchten, der grössten symmetrischen Vollbelastung entsprechenden specifischen Spannungen in den Kanten des Bogenscheitels folgende Werte:

$$\left.\begin{aligned} \text{Max } \hat{b} &= -5{,}59 \left(1 + \frac{6 \,.\, 0{,}045}{0{,}45}\right) = -8{,}94 \text{ at.} \\ \text{Min } \hat{b} &= -5{,}59 \left(1 - \frac{6 \,.\, 0{,}045}{0{,}45}\right) = -2{,}24 \text{ „} \end{aligned}\right\} \qquad 90.$$

Daher mittlere specifische Spannung $\hat{b} = -\left(\frac{8{,}94 + 2{,}24}{2}\right) =$ 5,59 at., wie sub 89.

Nach dem Grundgesetze des Horizontalschubs berechnen sich fragliche Kantenspannungen im Gewölbscheitel, wie folgt:

$$h' = \tfrac{1}{2} s \operatorname{tang} \varphi_o = \frac{9}{2} \,.\, 2{,}1985 = 9{,}893 \text{ m (Tab. I Sp. 4).}$$

Daher $\hat{H}_v = \frac{0{,}26 \,.\, 9^2}{2 \,.\, 9{,}893} = 1{,}064$ qm (vid. erstcitierte Druck- 91.
schrift Kap. IV. 10).

Folglich
$$\left.\begin{aligned} \Delta h &= 9{,}893 - 6{,}329 = 3{,}564 \text{ m und} \\ \hat{H} &= 9{,}860 + 1{,}064 = 10{,}924 \text{ qm.} \end{aligned}\right\} \qquad 92.$$

Ferner
$$\left.\begin{aligned} e &= \frac{1{,}064 \,.\, 3{,}564}{10{,}924} = 0{,}347 \text{ und} \\ \frac{\hat{H}}{q_o} &= \frac{10{,}924}{0{,}45} = 24{,}3 \text{ m} = 5{,}35 \text{ at.} \end{aligned}\right\} \qquad 93.$$

Durch Einsetzung dieser Werte in die Relationen 5 erhält man:

$$\text{Max } \hat{b} = -5{,}35 \left(1 + \frac{6 \,.\, 0{,}347}{0{,}45}\right) = -30{,}1 \text{ at.; Max } \hat{a} = +19{,}4 \text{ at.} \qquad 94.$$

Vergleicht man letztere Werte mit den entsprechenden Werten sub 90, so zeigt sich ein ganz bedeutender Unterschied in den beziehungsweisen Beanspruchungen. Die Druckbeanspruchung sub 94 ist die 3,3fache jener sub 90 und die Zugbeanspruchung sub 94 dürfte sogar die Bruchgrenze, dieselbe zu 18 at. Zugspannung angenommen, überschreiten, während

Digitized by Google

nach 90 eine Zugbeanspruchung gar nicht statthat. — Es hängt daher hier alles von der Entscheidung der Frage ab, ob bei vorliegendem parabolischen Gewölbe die Berechnung der specifischen Spannungen in den Kanten der Gewölbquerschnitte nach Massgabe des Princips der sichersten Mitteldruckslinie richtige Ergebnisse zu liefern geeignet ist oder nicht. Zu diesem Zwecke haben wir den Drehungswinkel $\Delta\varphi_A$ oder mit anderen Worten die Abweichung der sichersten Mitteldruckslinie von der normalen Stellung zur Stützebene in A zu berechnen, wenn A den Stützpunkt der Profilmittellinie eines Bogenschenkels bezeichnet.

Für die Horizontalneigung φ_A der Stützpunkttangente der nach dem Grundgesetze des Horizontalschubs berechneten Mitteldruckslinie liefert Spalte 4 der Tabelle I den dem Abscissenwerte $x = 9$ m entsprechenden Wert: $\operatorname{tang}\varphi_A = 2{,}1985$ und der zugehörige Wert von $\operatorname{tang}\varphi'_A$ für die sicherste Mitteldruckslinie berechnet sich, wie folgt:

Nach Ziffer 84 ist $\hat{H}' = 11{,}523$ qm, desgleichen nach dem Grundgesetze des Horizontalschubs gemäss Ziffer 92:

95.
$$\begin{cases} \hat{H} = 10{,}924, \text{ sohin } c' = \dfrac{10{,}924}{11{,}523} = 0{,}948 \text{ und} \\ \operatorname{tang}\varphi'_A = c' \operatorname{tang}\varphi_A = 0{,}948 \,.\, 2{,}1985 = 2{,}0842. \end{cases}$$

Nun ist $2{,}1985 = \operatorname{tang} 65^0\ 32'\ 29''$

und $2{,}0842 = \operatorname{tang} 64^0\ 22'\ 6''$

96. Daher $\Delta\varphi_A = \varphi_A - \varphi'_A = 1^0\ 10'\ 23''$

Dieser Drehungswinkel ist so klein, dass die nach Ziffer 90 berechneten Kantenbeanspruchungen bei entsprechender Ausführung des Bauwerks unbedenklich als der Wirklichkeit entsprechend angenommen werden dürfen, und erscheint demgemäss für die Berechnung dieser Spannungen im Bogenscheitel für grösste symmetrische Vollbelastung das Princip der sichersten Mitteldruckslinie massgebend.

97. Zur Erläuterung der Relation 5 und aller derselben entsprechenden Zahlenrelationen soll hier ein für allemal bemerkt werden, dass sich die excentrischen Druckkräfte in Tonnengewölben, welchen die Kantenspannungen $\operatorname{Max}\hat{b}$ und $\operatorname{Min}\hat{b}$ oder $\operatorname{Max}\hat{a}$ entsprechen, als gemischte oder kombinierte Beanspruchungen zusammensetzen aus einer Axialkraft, der rückwirkenden oder Druckbeanspruchung entsprechend, und dem Drehungsmomente eines Gegenpaares (Biegungsmoment), der

Digitized by Google

reinen Biegungs- oder relativen Beanspruchung entsprechend. In Relation 5 ist $\hat{H}$ die Axialkraft und $e\hat{H}$ das Moment des Gegenpaares.

IX. Kapitel.

Entwicklung der allgemeinen Berechnungsnormen und Relationen für Bestimmung der grössten Druck- und Zugspannungen in den Querschnittskanten parabolischer Tonnengewölbe.

Hierzu Figur 6.

Zur Gewinnung eines klaren und richtigen Urteils über die statische Sicherheit gewölbter Brücken ist die Kenntnis eines hinreichend verlässigen Berechnungsverfahrens der grössten Druck- und Zugspannungen erforderlich, welche durch die veränderlichen Verkehrslasten in den Querschnittskanten der Brückengewölbe erzeugt werden.

Um nun aber diese grössten Kantenbeanspruchungen richtig berechnen zu können, ist es vor allem notwendig, diejenigen Belastungsstellungen möglichst genau bestimmen zu können, welche in jedem einzelnen Gewölbequerschnitt die fraglichen absolut grössten Beanspruchungen hervorbringen, und die Entwicklung einer allgemeinen Methode, diese gefährlichsten Belastungsstellungen für jeden beliebigen Gewölbequerschnitt sowohl graphisch als rechnerisch zu bestimmen, ist sohin unsere nächste Aufgabe.

Hierbei sind an Stelle kontinuierlich verteilter Belastungen zur Erzielung möglichst sicherer Resultate konzentrierte Einzellasten, z. B. Raddrücke, in die Berechnung einzuführen, welche durch Multiplikation mit dem Reduktionsfaktor:

$$\alpha = \frac{1}{\sigma a}, \qquad 98.$$

wo a die Gewölbtiefe oder Brückenbreite zwischen den Stirnmauern und σ das specifische Gewicht des Gewölbmaterials bezeichnet, in die den Werten $\hat{\mathfrak{B}}$, $\hat{\mathfrak{b}}$ und $\hat{F}$. (Ziffern 13 und 50—52) entsprechenden Zahlenwerte übergeführt werden.

Die Bestimmung der gesuchten gefährlichsten Belastungsstellungen für die einzelnen Gewölbquerschnitte geschieht nun in sehr einfacher Weise mit Hilfe der von Professor Dr. E. Winkler zuerst angewandten „Schnittlinie der Kämpferdrücke", einer Kurve, in deren einzelnen Punkten sich die von den Einzellasten, deren Schwerlinien durch diese Punkte hindurchgehen, erzeugten Kämpferdrücke schneiden.

Digitized by Google

Betrachten wir (Figur 6) den Stützpunkt A der Profilmittellinie ASB als Ursprung eines rechtwinkeligen Koordinatensystems, dessen Abscissenaxe die horizontale Stützpunktsehne AB der ersteren ist, so ist die Grundgleichung für die Schnittlinie der Kämpferdrücke in allgemeinster

99. Form folgende: $$y = \frac{\hat{V}_A}{\hat{H}} x.$$

Wirkt nun z. B. eine Last $\hat{P}$ im Abstande x von A, so erzeugt dieselbe in A eine vertikale Komponente:

100. $$\hat{V}_A = \frac{\hat{P}\,(2s - x)}{2s}$$

der Stützenreaktion, während dem Grundgesetze des Horizontalschubs gemäss der zugehörige für alle Lastenstellungen konstante Wert des Horizontalschubs durch die Gleichung

101. $\hat{H} = \frac{1}{8}\,\hat{P}\,\cot g\,\varphi_A$ (erstcitierte Druckschrift IV. 10) bestimmt ist. Durch Einsetzen der Werte sub 100 und 101 in Grundgleichung 99 erhält man folgende nach dem Grundgesetze des Horizontalschubs schärfer bestimmte allgemeine Grundgleichung für die Schnittlinie der Kämpferdrücke:

102. $$y = \frac{x\,(2s - x)}{s}\,\mathrm{tang}\,\varphi_A.$$

Diese von $\hat{P}$ unabhängige Gleichung gehört wegen des konstanten Wertes der Vertikalneigung φ_A der Stützebene bei A einer Kegelschnittsparabel an, deren vertikale Axe die Stützpunktsehne der Profilmittellinie als zugehörige Parabelsehne senkrecht halbiert.

103. Hiernach ist die Schnittlinie der Kämpferdrücke parabolischer Tonnengewölbe mit horizontaler Stützpunktsehne der Profilmittellinie eine über der letzteren als Sehne konstruierte Kegelschnittsparabel (Parabel II. Ordnung), deren Axe mit der Halbierungsvertikalen letzterer Sehne koincidiert.

Ist die Profilmittellinie eines Tragbogens, wie z. B. bei eisernen Bogenkonstruktionen, eine Parabel II. Ordnung, für welche $\mathrm{tang}\,\varphi_A = \frac{2h}{s}$ ist, so geht die Grundgleichung 102 in

104. folgende über: $$y = \frac{2h\,x\,(2s - x)}{s^2}.$$

Die Schnittlinie der Kämpferdrücke ist demnach alsdann eine Kegelschnittsparabel, deren Pfeilhöhe gleich der doppelten Pfeilhöhe der Profilmittellinie ist.

Nimmt man, um das Koordinatensystem der Schnittlinie

Digitized by Google

der Kämpferdrücke in entsprechenden Einklang zu bringen mit dem Koordinatensystem der Mitteldruckslinien, für AB als Abscissenaxe die Scheitelvertikale durch S als Ordinatenaxe an und bezeichnet die Ordinatenwerte mit η, so hat man für x zu setzen $s \pm x$ und die Gleichungen 102 und 104 gehen in folgende über:

$$102a.\ \eta = \frac{(s^2 - x^2)}{s} \operatorname{tang}\varphi_A \text{ und } 104a.\ \eta = \frac{2h\,(s^2 - x^2)}{s^2}.$$

Zieht man nun durch die Stützpunkte A und B der Profilmittellinie ASB eines parabolischen Tonnengewölbes und durch je einen der Punkte M, S, N derselben Gerade, welche die Schnittlinie der Kämpferdrücke in den Punktepaaren M′ und M″, S′ und S″, N′ und N″ schneiden, so sind die durch jedes dieser Punktepaare gezogenen Vertikalen, wie Figur 6 bei aufmerksamerer Betrachtung lehrt, die Trennungsvertikalen der Belastungsstrecken für die positiven und negativen Biegungsmomente des Gewölbes und zwar erzeugen in den durch M, S und N gelegten Normalschnitten diejenigen Lasten die grössten positiven, auf Abflachung oder Durchbiegung des Sprengbogens nach unten wirkenden Biegungsmomente, deren Schwerlinien bezw. mit den Projektionslothen durch die Punkte M, S, N koincidieren, während von den in den Belastungsstrecken der negativen Biegungsmomente wirkenden Einzellasten diejenigen die grössten negativen, auf stärkere Biegung oder Durchbiegung des Sprengbogens nach oben wirkenden Biegungsmomente erzeugen, welche der Stützpunktvertikalen durch A und B am nächsten sind.

Die Strecken m′m″, s′s″, n′n″ der Stützweite AB in Figur 6 sind, bezw. die Belastungsstrecken der positiven Biegungsmomente für die Punkte M, S, N der Profilmittellinie, die durch letztere Strecken getrennten Ergänzungsstrecken der Stützweite AB, also z. B. die beiden Strecken Am″ und Bm′, sind die zusammengehörigen Belastungsstrecken der negativen Biegungsmomente für vorbezeichnete Punkte. Die vertikalen Hebelarme der positiven Biegungsmomente sind nach aufwärts, jene der negativen Biegungsmomente nach abwärts gerichtet, entsprechend den Vorzeichen sub Spalte 11 der Tabelle II, wenn man im Auge behält, dass dem Horizontalschub der Gewölbe als Druckkraft ein negatives Vorzeichen zugehört. Eine in der Vertikalen durch M″ wirkende Last z. B. erzeugt nach Figur 6 in der Strecke AM der Profilmittellinie dem Grundgesetze des Horizontalschubs gemäss

Digitized by Google

positive Biegungsmomente, in der Strecke MSB dagegen negative Biegungsmomente.

105. Die absolut grössten **positiven** Biegungsmomente und deshalb auch die grössten Druck- und Zugspannungen in den Gewölbkanten werden vorbezeichnetem Grundgesetze gemäss durch im Scheitel des Gewölbes wirkende Einzellasten in dessen Scheitelquerschnitte erzeugt, weshalb die absolut grössten Beanspruchungen im Gewölbescheitel dann entstehen, wenn ausschliesslich die Scheitelstrecke s's'' variabel belastet ist und die schwersten dieser Lasten im Gewölbscheitel und dessen nächster Umgebung wirken. Diese ungünstigste Stellung der Verkehrsbelastungen ist es, welche nach dem Grundgesetze des Horizontalschubs für Beurteilung der statischen Sicherheit gewölbter Brücken, sowie für definitive Bestimmung der Gewölbstärke im Scheitel auszuführender Brückengewölbe in der Regel ausschliesslich massgebend erscheint.

Es entsteht nun aber die Frage, ob die gleichen Belastungsstellungen auch für die unter Zugrundelegung des Princips der sichersten Mitteldruckslinie berechneten grössten Biegungsmomente massgebend sind. Diese Frage muss wenigstens in Bezug auf den Scheitelquerschnitt, auf den es hier als den für Gewölbe gefährlichsten Querschnitt allein ankommt, entschieden bejaht werden, wenn man erwägt, dass das Princip der sichersten Mitteldruckslinie nur in Bezug auf die Werte des Horizontalschubs bezw. gemäss Ziffer 77 auf die Pfeilhöhen der Mitteldruckslinien von Einfluss ist und dass daher eine Belastungsstellung, welche im Scheitel der Profilmittellinie dem Grundgesetze des Horizontalschubs gemäss ein grösstes Biegungsmoment erzeugt, in diesem Querschnitte auch dem Principe der sichersten Mitteldruckslinie gemäss ein grösstes Biegungsmoment, das natürlich entsprechend kleiner ist, als das erstere, erzeugen muss. Der Unterschied besteht nur darin, dass nach dem Princip der sichersten Mitteldruckslinie naturgemäss zu dem einen gefährlichen Scheitelquerschnitt stets noch je ein zweiter mit gleichem aber entgegengesetztem Biegungsmoment in jedem der beiden Bogenschenkel hinzutritt, während ursprünglich diesem zweiten gefährlichen Querschnitte, wenn er überhaupt vorhanden, ein mehr oder minder kleineres entgegengesetztes Biegungsmoment zugehörte.

Digitized by Google

Die Strecken m′m″, s′s″ und n′n″ der grössten Belastungen der positiven Biegungsmomente für die Gewölbquerschnitte durch den Scheitelpunkt S und 2 beliebige Punkte M und N der Profilmittellinie (Fig. 6) sind nun auch leicht rechnerisch zu bestimmen, wie folgt:

Bezeichnet man z. B. die Abscisse irgend eines Punktes M der Profilmittellinie in Bezug auf das rechtwinkelige Koordinatensystem der Figur 6 mit x_1 und die Abscissen der Begrenzungsvertikalen der zugehörigen Belastungsstrecke m′m″ bezw. mit x′ und x″, so erhält man für diese Abscissenwerte folgende Bestimmungsgleichungen:

$$x' = \frac{2s^2 \operatorname{tang}\varphi_A - h\,(2s - x_1)}{s \operatorname{tang}\varphi_A} \text{ und } x'' = \frac{h\,x_1}{s \operatorname{tang}\varphi_A}; \qquad 106.$$

folglich $$m'm'' = x' - x'' = \frac{2\,(s \operatorname{tang}\varphi_A - h)}{\operatorname{tang}\varphi_A}. \qquad 107.$$

Aus letzterer Gleichung ist x_1 verschwunden, wodurch allgemein bewiesen ist, dass die Streckenlängen der die grössten positiven Biegungsmomente erzeugenden Belastungen für alle Punkte der Profilmittellinie eines parabolischen Tonnengewölbes als Momentenpunkte gleich lang und durch Gleichung 107 rechnerisch bestimmbar sind.

Für die zu beiden Seiten des Punktes M liegenden Teile der Belastungsstrecke m′m″ bestehen ferner folgende Bestimmungsgleichungen:

$$\left.\begin{aligned} &\text{Strecke rechts } mm' = x' - x_1 = \frac{(s \operatorname{tang}\varphi_A - h)\,(2s - x_1)}{s \operatorname{tang}\varphi_A} \\ &\text{„ links } m''m = x_1 - x'' = \frac{x_1\,(s \operatorname{tang}\varphi_A - h)}{s \operatorname{tang}\varphi_A}. \end{aligned}\right\} \qquad 108.$$

Stellt die Profilmittellinie einen Parabelbogen zweiter Ordnung dar, so ist $\operatorname{tang}\varphi_A = \frac{2h}{s}$ und wir erhalten

$$\left.\begin{aligned} &x' = \tfrac{1}{2}(2s + x_1),\ x'' = \tfrac{1}{2}x, \text{ daher } m'm'' = x' - x'' = s, \\ &\text{sowie } mm' = s - \tfrac{1}{2}x_1,\ m''m = \tfrac{1}{2}x_1. \end{aligned}\right\} \qquad 109.$$

Die konstante Belastungsstrecke der grössten **positiven** Biegungsmomente ist also in diesem Falle gleich der halben Stützweite der Profilmittellinie.

Hat man die Belastungsstrecke der grössten positiven Biegungsmomente graphisch mit Hilfe der Schnittlinie der Kämpferdrücke oder rechnerisch mittels der Relationen 106—108 für irgend einen Punkt der Profilmittellinie bestimmt und die darauf Platz findenden Einzellasten nach der sub 105 (speciell

Digitized by Google

für den Gewölbscheitel) angegebenen Regel geordnet, so berechnet sich für das Koordinatensystem der Figur 6 und horizontale Lage der Stützpunktsehne AB der Profilmittellinie die Ordinate η' für irgend einen Punkt M der Mitteldruckslinie dieses Belastungssystems, dessen Abscisse x ist, aus folgender allgemeinen Gleichung

110. $$\eta' = \frac{x\,\hat{V}_A - S\,\mathrm{Mom}\,[\hat{P}_1\,(x - x_1)]}{\hat{H}_v}.$$

In derselben bezeichnet x_1 die Abscissen der Einzellasten links vom Punkte M und die vertikale Stützendrucks-Komponente $\hat{V}_A$ ist für horizontale Lage der Stützpunktsehne AB durch folgende Gleichung bestimmt:

111. $$\hat{V}_A = \frac{S\,\mathrm{Mom}\,[\hat{P}_n\,(2s - x_n)]}{2s}.$$

Wird nun die Mitteldruckslinie der gefährlichsten Belastungsstellungen nach dem Grundgesetze des Horizontalschubs bestimmt, so gilt für eine in Bezug auf die Halbierungsvertikale der Stützweite parabolischer Brückengewölbe symmetrische Anordnung des Eigengewichtes der Brücke und beliebige Horizontalneigung der Stützpunktsehne AB der Profilmittellinie zur Bestimmung des Horizontalschubs

112. die Relation: $$\hat{H}_V = \frac{\frac{1}{2}\,S\,(\hat{P}_v)}{\mathrm{tang}\,\varphi_A - \mathrm{tang}\,\alpha}.$$

Daher für horizontale Lage von AB wegen $\mathrm{tang}\,\alpha = 0$

112a. $$\hat{H}_v = \tfrac{1}{2}\,S\,(\hat{P}_v)\,\mathrm{cotg}\,\varphi_A.$$

Wird dagegen die Mitteldruckslinie nach dem Hagen'schen Princip der sichersten Mitteldruckslinie bestimmt, so ist der zugehörige Horizontalschub aus der Relation:

113. $$\hat{H} = \frac{s\,S\,(\hat{P}_v)}{4\,c\,h}$$

zu berechnen, wo s und h halbe Stützweite und Pfeilhöhe der Profilmittellinie bezeichnen und der Koeffizient c aus einer der Relationen 79 bis 81 berechnet wird.

Die grössten positiven Biegungsmomente werden nun für irgend einen Punkt N der Profilmittellinie aus folgender Relation bestimmt: $\mathrm{Max}\,\hat{M}_x = \hat{H}_v\,\Delta y = \hat{H}_v\,(\eta - \eta')$
und daher zugehöriger vertikaler Hebelarm des Biegungsmomentes der Gesamtbelastung:

114. $$e_x = \frac{\hat{H}_v\,\Delta y}{\hat{H}} = \frac{\hat{H}_v\,(\eta - \eta_1)}{\hat{H}_p + \hat{H}_v}.$$ *)

*) Relation 114 bedeutet, dass das Gegenpaar, dessen Moment

Digitized by Google

Nach Bestimmung des specifischen Druckes $\hat{b} = \frac{\hat{H}}{q_o}$ in kg pro qcm oder Atmosphären (at) erhält man nun durch Einsetzen des Wertes von e_x aus Relation 114 in die Relationen 5 die gesuchten grössten specifischen Druck- und Zugspannungen $Max\hat{b}_x$ und $Min\hat{b}_x$, bezw. $Max\hat{a}'_x$ in den Gewölbkanten, ausgedrückt in kg pro qcm oder Atmosphären.*)

$\hat{H}_r \Delta y$ ist, von der $\hat{H}_r$ entsprechenden Breite Δy auf die $\hat{H} = \hat{H}_p + \hat{H}_r$ entsprechende Breite e_x zurückgeführt ist.

*) Die hier entwickelte allgemeine Berechnungsart der grössten Druck- und Zugspannungen parabolischer Brückengewölbe ist hinsichtlich der Bestimmung der zugehörigen Belastungsstrecken an sich nicht streng mathematisch richtig.

Denn die aus den einfachen Relationen 106—109 sich berechnenden Belastungsstrecken der grössten positiven Durchbiegungsmomente $e\hat{H}$ sind mit den Belastungsstrecken der grössten Kantenspannungen nach Ziffer 5 im allgemeinen keineswegs identisch. — Um die letzteren zugehörigen Belastungsstrecken mit mathematischer Schärfe zu erhalten, hätte man von den Stützpunkten A und B der Profilmittellinie aus Gerade nicht, wie hier, durch die Schwerpunkte der vertikalen Gewölbquerschnitte, sondern durch die unteren Kernpunkte der letzteren (in $\frac{1}{6}$ der Querschnittshöhe unterhalb der Schwerpunkte) zu ziehen, deren Schnittpunkte mit der Schnittlinie der Kämpferdrücke (Figur 6) alsdann Punkte der Grenzvertikalen der Belastungsstrecken für die den positiven Biegungsmomenten entsprechenden grössten Kantenspannungen (Druck oben, Zug unten) sind.

Für eiserne Fachwerkstragbögen wäre eine derartige Identifizierung bei der bisherigen Berechnungsart der Gurtungskräfte, eine Berechnungsart, welche ich indessen in meinen „Kritischen Betrachtungen etc." als principiell unrichtig nachgewiesen habe, wegen der den geometrischen Trägerhöhen nahezu gleichen Kernräume und des Überwiegens der Verkehrsbelastungen nicht wohl zulässig. Für die gefährlichen Querschnitte von Brückengewölben aber, insbesondere für die gefährlichen Scheitelquerschnitte, um welche es sich in der Gewölbetheorie vorzugsweise handelt, liefert die hier entwickelte Berechnungsart der grössten Kantenspannungen zufolge der minimalen Differenzen der beziehungsweisen Belastungsstrecken ganz oder sehr annähernd gleiche Resultate, wie die Berechnung mit mathematisch vollständig genau bestimmten Belastungsstrecken, für welche so einfache allgemeine Beziehungen der zugehörigen Streckenlängen zu einander, wie sie in den vorbezeichneten Relationen vor Augen treten, nicht mehr bestehen.

Für das Profil unseres Hauptbrückenbogens berechnet sich z. B. die Längendifferenz der bezüglichen Belastungsstrecken wie folgt: Länge der Belastungsstrecke für die grössten positiven Biegungsmomente im Bogenscheitel, sowie für alle übrigen Bogenquerschnitte nach Ziffer 115 = 12,244 m und entsprechende Länge der Belastungsstrecke für die

Digitized by Google

für den Gewölbscheitel) angegebenen Regel geordnet, so berechnet sich für das Koordinatensystem der Figur 6 und horizontale Lage der Stützpunktsehne AB der Profilmittellinie die Ordinate η' für irgend einen Punkt M der Mitteldruckslinie dieses Belastungssystems, dessen Abscisse x ist, aus folgender allgemeinen Gleichung

110. $$\eta' = \frac{x\,\hat{V}_A - S\,\mathrm{Mom}\,[\hat{P}_l\,(x - x_l)]}{\hat{H}_v}.$$

In derselben bezeichnet x_l die Abscissen der Einzellasten links vom Punkte M und die vertikale Stützendrucks-Komponente $\hat{V}_A$ ist für horizontale Lage der Stützpunktsehne AB durch folgende Gleichung bestimmt:

111. $$\hat{V}_A = \frac{S\,\mathrm{Mom}\,[\hat{P}_n\,(2s - x_n)]}{2s}.$$

Wird nun die Mitteldruckslinie der gefährlichsten Belastungsstellungen nach dem Grundgesetze des Horizontalschubs bestimmt, so gilt für eine in Bezug auf die Halbierungsvertikale der Stützweite parabolischer Brückengewölbe symmetrische Anordnung des Eigengewichtes der Brücke und beliebige Horizontalneigung der Stützpunktsehne AB der Profilmittellinie zur Bestimmung des Horizontalschubs

112. die Relation: $$\hat{H}_V = \frac{\frac{1}{2}\,S\,(\hat{P}_v)}{\mathrm{tang}\,\varphi_A - \mathrm{tang}\,\alpha}.$$

Daher für horizontale Lage von AB wegen $\mathrm{tang}\,\alpha = 0$

112*. $$\hat{H}_v = \tfrac{1}{2}\,S\,(\hat{P}_v)\,\mathrm{cotg}\,\varphi_A.$$

Wird dagegen die Mitteldruckslinie nach dem Hagen'schen Princip der sichersten Mitteldruckslinie bestimmt, so ist der zugehörige Horizontalschub aus der Relation:

113. $$\hat{H} = \frac{s\,S\,(\hat{P}_v)}{4\,c\,h}$$

zu berechnen, wo s und h halbe Stützweite und Pfeilhöhe der Profilmittellinie bezeichnen und der Koeffizient c aus einer der Relationen 79 bis 81 berechnet wird.

Die grössten positiven Biegungsmomente werden nun für irgend einen Punkt N der Profilmittellinie aus folgender Relation bestimmt: $\mathrm{Max}\,\hat{M}_x = \hat{H}_v\,\Delta y = \hat{H}_v\,(\eta - \eta')$ und daher zugehöriger vertikaler Hebelarm des Biegungsmomentes der Gesamtbelastung:

114. $$e_x = \frac{\hat{H}_v\,\Delta y}{\hat{H}} = \frac{\hat{H}_v\,(\eta - \eta_1)}{\hat{H}_p + \hat{H}_v}.$$ *)

*) Relation 114 bedeutet, dass das Gegenpaar, dessen Moment

Digitized by Google

Nach Bestimmung des specifischen Druckes $\hat{b} = \frac{\hat{H}}{q_o}$ in kg pro qcm oder Atmosphären (at) erhält man nun durch Einsetzen des Wertes von e_x aus Relation 114 in die Relationen 5 die gesuchten grössten specifischen Druck- und Zugspannungen $Max\hat{b}_x$ und $Min\hat{b}_x$, bezw. $Max\hat{a}'_x$ in den Gewölbkanten, ausgedrückt in kg pro qcm oder Atmosphären.*)

$\hat{H}_r \Delta y$ ist, von der $\hat{H}_r$ entsprechenden Breite Δy auf die $\hat{H} = \hat{H}_p + \hat{H}_r$ entsprechende Breite e_x zurückgeführt ist.

*) Die hier entwickelte allgemeine Berechnungsart der grössten Druck- und Zugspannungen parabolischer Brückengewölbe ist hinsichtlich der Bestimmung der zugehörigen Belastungsstrecken an sich nicht streng mathematisch richtig.

Denn die aus den einfachen Relationen 106—109 sich berechnenden Belastungsstrecken der grössten positiven Durchbiegungsmomente $e\hat{H}$ sind mit den Belastungsstrecken der grössten Kantenspannungen nach Ziffer 5 im allgemeinen keineswegs identisch. — Um die letzteren zugehörigen Belastungsstrecken mit mathematischer Schärfe zu erhalten, hätte man von den Stützpunkten A und B der Profilmittellinie aus Gerade nicht, wie hier, durch die Schwerpunkte der vertikalen Gewölbquerschnitte, sondern durch die unteren Kernpunkte der letzteren (in $\frac{1}{6}$ der Querschnittshöhe unterhalb der Schwerpunkte) zu ziehen, deren Schnittpunkte mit der Schnittlinie der Kämpferdrücke (Figur 6) alsdann Punkte der Grenzvertikalen der Belastungsstrecken für die den positiven Biegungsmomenten entsprechenden grössten Kantenspannungen (Druck oben, Zug unten) sind.

Für eiserne Fachwerkstragbögen wäre eine derartige Identifizierung bei der bisherigen Berechnungsart der Gurtungskräfte, eine Berechnungsart, welche ich indessen in meinen „Kritischen Betrachtungen etc." als principiell unrichtig nachgewiesen habe, wegen der den geometrischen Trägerhöhen nahezu gleichen Kernräume und des Überwiegens der Verkehrsbelastungen nicht wohl zulässig. Für die gefährlichen Querschnitte von Brückengewölben aber, insbesondere für die gefährlichen Scheitelquerschnitte, um welche es sich in der Gewölbetheorie vorzugsweise handelt, liefert die hier entwickelte Berechnungsart der grössten Kantenspannungen zufolge der minimalen Differenzen der beziehungsweisen Belastungsstrecken ganz oder sehr annähernd gleiche Resultate, wie die Berechnung mit mathematisch vollständig genau bestimmten Belastungsstrecken, für welche so einfache allgemeine Beziehungen der zugehörigen Streckenlängen zu einander, wie sie in den vorbezeichneten Relationen vor Augen treten, nicht mehr bestehen.

Für das Profil unseres Hauptbrückenbogens berechnet sich z. B. die Längendifferenz der bezüglichen Belastungsstrecken wie folgt: Länge der Belastungsstrecke für die grössten positiven Biegungsmomente im Bogenscheitel, sowie für alle übrigen Bogenquerschnitte nach Ziffer 115 = 12,244 m und entsprechende Länge der Belastungsstrecke für die

Digitized by Google

X. Kapitel.

Anwendung der im IX. Kapitel entwickelten Relationen auf die Berechnung der grössten Druck- und Zugspannungen in den Scheitelkanten des Hauptbrückenbogens.

Hierzu Figuren 5ª und 5ᵇ, sowie Tabellen III und IV.

Nach Kapitel IX entstehen die grössten positiven Biegungsmomente im Gewölbscheitel und die zugehörige Belastungsstrecke $s's'' = \frac{2\,(s\,\mathrm{tang}\,\varphi_A - h)}{\mathrm{tang}\,\varphi_A}$ nach Ziffer 107 wird von der Scheitelvertikalen des Bogens halbiert, denn nach Ziffer 108 erhält man für $x_1 = s$ den Wert:

$$s''s = ss' = \frac{s\,\mathrm{tang}\,\varphi_A - h}{\mathrm{tang}\,\varphi_A}.$$

Setzt man in Relation 107 die gegebenen Werte $s = 9$ m, $h = 6{,}3285$ und $\mathrm{tang}\,\varphi_A = 2{,}1985$ ein, so erhält man den Wert

115. $$s's'' = 12{,}244 \text{ m}.$$

Nachdem es sich hier lediglich nur um eine dem ländlichen Ortsverkehr über den Bahnkörper dienende Brücke handelt, werden der Berechnung der grössten specifischen Druck- und Zugspannungen in den Scheitelkanten des Gewölbes die in den Figuren 5ª und 5ᵇ graphisch dargestellten zwei Belastungsschemata zu Grunde gelegt, nämlich

I. zwei sich begegnende zweispännige Ökonomiefuhrwerke von je 2 t Axlast und 1 t Gewicht eines Pferdepaares, wobei angenommen wird, dass das vordere Räderpaar jedes Fuhrwerks gerade über dem Bogenscheitel stehe. Figur 5ª.

II. Eine von 2 Paar Pferden von je 1 t Gewicht gezogene Strassenwalze von 7 t Gewicht, letztere gerade über dem Bogenscheitel stehend. Figur 5ᵇ.

Die Tonnen werden durch Multiplikation mit dem nach

116. Ziffer 98 gebildeten Reduktionsfaktor $\alpha = \frac{1}{2{,}2\,.\,4} = 0{,}114$ auf das für Gewölbeberechnungen dienende Flächenmaass (qm) zurückgeführt. Wir beginnen mit den Berechnungen zu

a. Belastungschema I

nach dem Hagen'schen Princip der sichersten Mitteldruckslinie.

---

grössten Kantenspannungen im Bogenscheitel nach mathematisch genauer Berechnung = 12,310 m. Daher Längendifferenz = 0,066 m = ¼ % der ganzen Streckenlänge.

Digitized by Google

Für die ursprüngliche Mitteldruckslinie dieses Belastungssystems mit der Pfeilhöhe h = 6,329 m berechnen sich für die Bestimmungsgrössen der Gleichung 110 folgende Werte:

$$\left.\begin{aligned} \hat{V}_A &= \tfrac{1}{2} S(\hat{P}_v) = \tfrac{1}{2}(2+4+4) = 5 \text{ t} = \text{red. } 0{,}570 \text{ qm} \\ \hat{H}_v &= \frac{s\, S(\hat{P}_v)}{4\,h} = \frac{9 \,.\, 0{,}570}{4 \,.\, 6{,}329} = 0{,}405 \text{ qm (113).} \end{aligned}\right\} \quad 117.$$

Durch Einsetzung dieser Werte in Gleichung 110 geht dieselbe in folgende Zahlengleichung über:

$$\eta' = \frac{0{,}570\, x - S\,\text{Mom}\,[\hat{P}_1 (x - x_1)]}{0{,}405}, \quad 118.$$

aus welcher sich für folgende Werte von x die beigesetzten Werte von η' berechnen:

x = 0	$\eta'_0 = 0$		x = 5 m	η'_5 = 6,474 m	119.
x = 1 m	η'_1 = 1,407 m		x = 6 „	η'_6 = 7,600 „	
x = 2 „	η'_2 = 2,815 „		x = 7 „	η'_7 = 8,163 „	
x = 3 „	η'_3 = 4,222 „		x = 8 „	η'_8 = 8,726 „	
x = 4 „	η'_4 = 5,348 „		x = 9 „	η'_9 = 9,289 „	

Zur Bestimmung der Lage des zweiten gefährlichen Querschnittes eines Gewölbschenkels ausser dem Scheitelquerschnitte und zur Berechnung der sichersten Mitteldruckslinie dient Tabelle III.

Tabelle III

zur Bestimmung der sichersten Mitteldruckslinie für ungünstigste Beanspruchung des Hauptgewölbescheitels durch Belastungsschema I.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Lfde. Nr.	x	η = h − y (Tab. I Sp. 3)	η' Ziffer 118	$\Delta y = \eta - \eta'$	η_x (Tab. I Sp. 8)	$\frac{\Delta y}{\eta_x}$	$y'' = c\eta'$	$\Delta' y = \eta - c\eta'$	$\frac{\Delta' y}{\eta_x}$
	m	m	m	m	m	m	m	m	
1.	0	0	0	0	2,331	0	0	0	0
2.	1,0	1,880	1,407	+ 0,473	1,436	+ 0,329	1,040	+ 0,840	+ 0,585
3.	**2,0**	**3,231**	**2,815**	**+ 0,416**	**0,971**	**+ 0,428**	**2,080**	**+ 1,151**	**+ 1,185**
4.	3,0	4,216	4,222	− 0,006	0,730	− 0,008	3,120	+ 1,096	+ 1,501
5.	4,0	4,940	5,348	− 0,508	0,602	− 0,802	3,952	+ 0,988	+ 1,641
6.	5,0	5,474	6,474	− 1,000	0.531	− 1,883	4,781	+ 0,690	+ 1,300
7.	6,0	5,860	7,600	− 1,740	0,491	− 3,544	5,616	+ 0,244	+ 0,497
8.	7,0	6,124	8,163	− 2,039	0,467	− 4,366	6,035	+ 0,089	+ 0,191
9.	8,0	6,278	8,726	− 2,448	0,454	− 5,392	6,449	− 0,171	− 0,377
10.	**9,0**	**6,329**	**9,289**	**− 3,160**	**0,450**	**− 7,022**	**6,865**	**− 0,536**	**− 1,191**

Digitized by Google

Zur Berechnung des Koeffizienten c dient Gleichung 80. Die in dieselbe einzusetzenden Grössenwerte sind nach Tabelle III, Nr. 3 und 10, folgende: $\eta_m = 3{,}231$ m; $h = 6{,}329$ m; $\mathfrak{h}_m = 0{,}971$ m; $\eta'_m = 2{,}815$ m; $h' = 9{,}289$ m; $q_o = 0{,}450$ m. Daher

120. $$c = \frac{0{,}971 \,.\, 6{,}329 + 0{,}450 \,.\, 3{,}231}{0{,}971 \,.\, 9{,}289 + 0{,}450 \,.\, 2{,}815} = 0{,}739.$$

Mittels dieses Koeffizienten berechnen sich die Werte in den Spalten 8, 9 und 10 der Tabelle III. Aus Spalte 10 ist ersichtlich, dass die erstmalige Berechnung der Verhältniszahl $\frac{\Delta y}{\mathfrak{h}_x}$ für $x = 2$ m nicht den richtigen gefährlichen Querschnitt in einem Gewölbschenkel ergiebt, sondern dass letzterer gefährliche Querschnitt dem Abscissenwerte $x = 4$ m entspricht, für welchen nunmehr unter Zugrundelegung der Werte von η'' in Spalte 8 ein neuer Koeffizient c′ zu berechnen ist, wie folgt:

Die in Gleichung 75 einzusetzenden veränderten Werte sind: $h'' = 6{,}865$ m, $\eta_4 = 4{,}940$ m, $\eta''_4 = 3{,}952$ m, $\mathfrak{h}_4 = 0{,}602$ m. Folglich

121. $$\begin{cases} c' = \dfrac{0{,}602 \,.\, 6{,}329 + 0{,}450 \,.\, 4{,}940}{0{,}602 \,.\, 6{,}874 + 0{,}450 \,.\, 3{,}952} = 1{,}0197 \text{ und} \\ c'' = c \,.\, c' = 0{,}739 \,.\, 1{,}0197 = 0{,}7536. \end{cases}$$

Demgemäss erhalten wir $h''' = 1{,}0197 \,.\, 6{,}865 = 0{,}7536 \,.\, 9{,}289 = 7{,}000$ m. Ferner

122. $$\begin{cases} y''_4 = 1{,}0197 \,.\, 3{,}952 = 4{,}030 \text{ m}, \; \Delta'' h = 6{,}324 - 7{,}000 = -0{,}676 \text{ m} \\ \Delta y_4 = 4{,}940 - 4{,}030 = +0{,}910 \text{ m, folglich} \\ \dfrac{\Delta h''}{q_o} = -1{,}502 \text{ m und } \dfrac{\Delta y_4}{\mathfrak{h}_4} = 1{,}502 \text{ m}. \end{cases}$$

Die Gleichheit der Werte von $\frac{\Delta h''}{q_o}$ und $\frac{\Delta y_4}{\mathfrak{h}_4}$ sub 122 kann als Kontrolle für die Richtigkeit des berechneten Wertes $h''' = 7{,}000$ m dienen.

Um nun eine Vorstellung von dem geringfügigen Einflusse ungenauer Bestimmung der sichersten Mitteldruckslinie eines Belastungssystems auf die Berechnungsresultate zu geben, sollen hier die specifischen Kantenspannungen im Bogenscheitel für die Koeffizientenwerte c und c′ sub 120 und 121 berechnet werden.

α) Berechnung für $c = 0{,}739$ und $h'' = 6{,}865$ m.

123. $$\begin{cases} \mathfrak{H}'_v = \dfrac{\mathfrak{H}_v}{c} = \dfrac{-0{,}405}{0{,}739} = -0{,}548 \text{ qm (ad 117)}; \\ \mathfrak{H}' = -(9{,}860 + 0{,}548) = -10{,}408 \text{ qm}; \\ e_o = \dfrac{0{,}548(6{,}865 - 6{,}329)}{10{,}408} = 0{,}028 \text{ m}; \; \dfrac{\mathfrak{H}'}{q_o} = -23{,}17 \text{ m} = -5{,}10 \text{ at}. \end{cases}$$

Digitized by Google

Folglich nach Ziffer 5:

$$\text{Max}\hat{b} = -5{,}10\left(1+\frac{6\,.\,0{,}028}{0{,}450}\right) = -7{,}00 \text{ at.}; \quad \text{Min}\hat{b} = -3{,}20 \text{ at.} \qquad 124.$$

β) Berechnung für $c' = 1{,}0197$ und $h''' = 7{,}000$ m.

$$\left.\begin{aligned} \hat{H}''_v &= \frac{\hat{H}'_v}{c'} = \frac{-0{,}548}{1{,}0197} = -0{,}537 \text{ qm}; \quad \hat{H} = -(9{,}860+0{,}537) \\ &= -10{,}397 \text{ qm} \\ e'_o &= \frac{0{,}537\ (7{,}000-6{,}329)}{10{,}397} = 0{,}0347 \text{ m}; \quad \frac{\hat{H}''}{q_o} = -23{,}10 \text{ m} \\ &= -5{,}08 \text{ at.} \end{aligned}\right\} \qquad 125.$$

Sohin nach Ziffer 5:

$$\text{Max}\hat{b} = -5{,}08\left(1+\frac{6\,.\,0{,}0347}{0{,}450}\right) = -7{,}432 \text{ at.}; \quad \text{Min}\hat{b} = -2{,}728 \text{ at.} \qquad 126.$$

Der Unterschied der entsprechenden Werte der grössten und kleinsten Druckspannungen sub 124 und 126 ist verhältnismässig sehr gering, wenn man bedenkt, dass dieser Unterschied einer horizontalen Verrückung des gefährlichen Querschnittes um 2 m, d. h. fast $\frac{1}{4}$ der halben Bogenspannweite entspricht. Aus diesem Umstande darf wohl mit Recht geschlossen werden, dass in den meisten Fällen schon die erstmalige Bestimmung der sichersten Mitteldruckslinie nach dem vor Augen geführten Verfahren hinreichend genaue Werte der Druck- und Zugspannungen in den Kanten der gefährlichen Querschnitte liefert, so dass man sich in der Regel eine ein- bis zweimalige Wiederholung des Verfahrens um so mehr wird ersparen können, als es für derartige Berechnungen auf eine genauere Bestimmung dieser Werte gar nicht ankommt.

Berechnen wir nun zur Vergleichung die Werte von $\text{Max}\hat{b}$ und $\text{Min}\hat{b}$, bezw. $\text{Max}\hat{a}$ im Bogenscheitel auch nach dem Grundgesetze des Horizontalschubs.

$$\left.\begin{aligned} &\text{Nach Ziffer 101 erhalten wir: } \hat{H}_v = -\frac{0{,}114\,.\,5}{2{,}1985} = -0{,}259 \text{ qm}; \\ &\qquad \text{wobei } \tfrac{1}{2}\hat{P} = 5 \text{ t. nach Figur 5}^a \\ &\text{und} \\ &h' = \frac{0{,}570\,.\,9-(6\,.\,0{,}114+3\,.\,0{,}228)}{0{,}259} = 14{,}525 \text{ m (117 u. 118).} \end{aligned}\right\} \qquad 127.$$

$$\left.\begin{aligned} &\text{Ferner } e_o = \frac{(14.525-6{,}329)\,0{,}259}{9{,}860+0{,}259} = 0{,}210 \text{ m (114)} \\ &\hat{b} = \frac{\hat{H}}{q_o} = 22{,}5 \text{ m und } \hat{b} = \frac{22{,}5\,.\,2{,}2}{10} = 4{,}95 \text{ at.} \\ &\qquad \text{(wobei } \hat{b} = \frac{\hat{b}}{k}. \text{ vid. 1 und 7).} \end{aligned}\right\} \qquad 128.$$

Digitized by Google

Daher:

129. $\text{Max}\hat{b} = -4{,}95\,(1+\frac{6\,.\,0{,}210}{0{,}450}) = -18{,}81$ at; $\text{Max}\hat{a} = +8{,}91$ at.

Diese Beanspruchungen wären, falls massgebend, noch zulässig wegen der mehr als 6fachen Sicherheit gegen Zerdrücken (50.), welche die nur doppelte Sicherheit gegen Zerreissen ($\hat{A} = 18$ at.) höchst wahrscheinlich gar nicht zur vollen Wirkung gelangen liesse. Um nun zu entscheiden, ob die Beanspruchungen 126 oder 129 als geltend zu betrachten sind, haben wir wiederum die Abweichung $\Delta\varphi_A$ der sichersten Mitteldruckslinie von der normalen Stellung zur Stützebene A zu berechnen.

Für die sicherste Mitteldruckslinie haben wir nach Ziffer 123 den Wert $\hat{H} = 10{,}408$ qm des Horizontalschubs und für die nach dem Grundgesetze des Horizontalschubs bestimmte Mitteldruckslinie nach Ziffer 128 den Wert des Horizontalschubs

130. $\hat{H} = -10{,}119$ qm. Folglich ist nach 65a $c = \frac{10{,}119}{10{,}408} = 0{,}9722$

der Koeffizient, mit welchem $\text{tang}\varphi_A$ zu multiplizieren ist, um den entsprechenden Wert $\text{tang}\varphi'_A$ für die sicherste Mitteldruckslinie zu erhalten, sohin, da nach Spalte 4 der Tabelle I $\text{tang}\varphi_A = 2{,}1985$ ist, $\text{tang}\varphi'_A = 0{,}9722\,.\,2{,}1985 = 2{,}1374$.

Nun ist $2{,}1985 = \text{tang}\ 65^0\ 32'\ 29''$

und $2{,}1374 = \text{tang}\ 64^0\ 55'\ 37''$

131. Folglich $\Delta\varphi_A = \varphi_A - \varphi'_A = 0^0\ 36'\ 52''$

Dieser Wert von $\Delta\varphi_A$ ist so klein, dass über die massgebende Gültigkeit der Relationen 126 und der aus denselben sich berechnenden Spannungszahlen kein Zweifel bestehen kann.

b. Belastungsschema II.

Nach vorstehenden Ergebnissen kann es nun keinem Zweifel mehr unterliegen, dass für die Berechnung der grössten specifischen Druck- und Zugbeanspruchungen in den Scheitelkanten unseres Hauptbrückenbogens das Princip der sichersten Mitteldruckslinie massgebend ist, für welches nunmehr die durch das Belastungsschema II erzeugten grössten specifischen Beanspruchungen in den Kanten der gefährlichen Querschnitte bei ungünstigster Belastungsstellung berechnet werden sollen.

Hier ist zunächst zu bemerken, dass die Belastung durch das Belastungsschema II mit der Last von 7 t im Bogenscheitel eine unsymmetrische Belastung darstellt und dass bei un-

Digitized by Google

symmetrischen Gewölbebelastungen in der Scheitelstrecke s′s″ (Figur 6) ausser dem gefährlichen Scheitelquerschnitt für den zweiten gefährlichen Querschnitt der sichersten Mitteldruckslinie stets nur der **minder**belastete Bogenschenkel als die **grösseren negativen** Biegungsmomente liefernd in Betracht kommt, eine Thatsache, welche aus der naturgemässen Form der Mitteldruckslinien für schiefe Gewölbebelastung folgt.

Demgemäss ist durch das Belastungsschema der Figur 5b nur die rechtsseitige Hälfte der Belastungsstrecke s′s″ = 12,24 m belastet und der zweite gefährliche Querschnitt liegt in dem linken unbelasteten Bogenschenkel.

Für diese gefährlichste Belastungsstellung erhalten wir nun die Werte:

$$\left.\begin{aligned} \hat{V}_A &= \frac{0{,}114\,(3+6)+0{,}798\,.\,9}{18} = 0{,}456 \text{ qm;} \\ \hat{H}_v &= \frac{(2\,.\,0{,}114+0{,}798)\,4{,}5}{2\,.\,6{,}329} = 0{,}365 \text{ qm.} \end{aligned}\right\} \quad 132.$$

Daher Gleichung der erstangenommenen Mitteldruckslinie der veränderlichen Belastung nach Ziffer 110:

$$\eta' = \frac{0{,}456\,x - S\,Mom\,[\hat{P}_1\,(x - x_1)]}{0{,}365} \quad 133.$$

und es berechnen sich aus Gleichung 133 für die nachfolgenden Werte von x die beigesetzten Werte von η':

$x = 0$	$\eta'_0 = 0$		$x = 5$ m	$\eta'_5 =$	6,246 m
$x = 1$ m	$\eta'_1 =$	1,249 m	$x = 6$ „	$\eta'_6 =$	7,496 „
$x = 2$ „	$\eta'_2 =$	2,498 „	$x = 7$ „	$\eta'_7 =$	8,745 „
$x = 3$ „	$\eta'_3 =$	3,748 „	$x = 8$ „	$\eta'_8 =$	9,994 „
$x = 4$ „	$\eta'_4 =$	4,997 „	$x = 9$ „	$\eta'_9 =$	11,244 „

134.

Nach Tabelle IV entsprechen die Abscissenwerte x = 2 m und x = 9 m gefährlichen Querschnitten a priori, für welche nun der Koeffizient c nach Gleichung 80 zu berechnen ist.

Die einzusetzenden Bestimmungsgrössen sind folgende:

$$\left.\begin{aligned} &\eta_2 = 3{,}231 \text{ m},\ \eta'_2 = 2{,}498 \text{ m},\ \mathfrak{y}_2 = 0{,}971 \text{ m},\ h = 6{,}329 \text{ m}, \\ &h' = 11{,}244 \text{ m und } q_o = 0{,}450 \text{ m.} \\ &\text{Daher } c = \frac{0{,}971\,.\,6{,}329 + 0{,}450\,.\,3{,}231}{0{,}971\,.\,11{,}244 + 0{,}450\,.\,2{,}498} = 0{,}6311. \end{aligned}\right\} \quad 135.$$

$$\left.\begin{aligned} &\text{Ferner } h'' = 0{,}6311\,.\,11{,}244 = 7{,}096 \text{ m},\ \Delta h = 6{,}329 - 7{,}096 \\ &= -0{,}767 \text{ m und } \hat{H}'_v = \frac{0{,}365}{0{,}6311} = 0{,}578 \text{ qm.} \end{aligned}\right\} \quad 135^a.$$

Wie nun Spalte 10 der Tabelle IV zeigt, entsprechen die primären gefährlichen Querschnitte nicht der sichersten Mittel-

Digitized by Google

Tabelle IV

zur Berechnung der sichersten Mitteldruckslinie für ungünstigste Beanspruchung des Hauptgewölbescheitels durch Belastungsschema II.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Lfde. Nr.	x	$\eta = h - y$ Tab. I Sp. 3	η' Ziffer 134	$\Delta y = \eta - \eta'$	$\mathfrak{y}_x$ Tab. I Sp. 8	$\frac{\Delta y}{\mathfrak{y}_x}$	$\eta'' = c\eta'$	$\Delta y = \eta - c\eta'$	$\frac{\Delta y}{\mathfrak{y}_x}$
	m	m	m	m	m		m	m	
1.	0	0	0	0	2,334	0	0	0	0
2.	1,0	1,880	1,249	+ 0,631	1,436	+ 0,439	0,788	+ 1,092	+ 0,760
3.	**2,0**	**3,231**	**2,498**	**+ 0,733**	**0,971**	**+ 0,755**	**1,576**	**+ 1,6545**	**+ 1,704**
4.	3,0	4,216	3,748	+ 0,468	0,730	+ 0,641	2,365	+ 1,851	+ 2,536
5.	4,0	4,840	4,997	— 0,157	0,602	— 0,261	3,154	+ 1,683	+ 2,782
6.	**5,0**	**5,474**	**6,246**	**— 0,772**	**0,531**	**— 1,454**	**3,942**	**+ 1,532**	**+ 2,885**
7.	6,0	5,860	7,496	— 1,636	0,491	— 3,332	4,731	+ 1,129	+ 2,300
8.	7,0	6,124	8,745	— 2,621	0,467	— 5,612	5,519	+ 0,605	+ 1,295
9.	8,0	6,278	9,994	— 3,716	0,454	— 8,185	6,307	— 0,029	— 0,061
10.	**9,0**	**6,329**	**11,244**	**— 4,915**	**0,450**	**— 10,922**	**7,096**	**— 0,7671**	**— 1,704**

druckslinie, sondern es treten noch drei andere Querschnitte mit grösseren Werten von $\frac{\Delta y}{\mathfrak{y}}$ hinzu, deren grösster $\frac{\Delta y}{\mathfrak{y}} = 2{,}885$ der Abscisse $x = 5$ entspricht. Bestimmt man für letzteren Querschnitt und den Scheitelquerschnitt als gefährliche Querschnitte den Koeffizienten c′ der sichersten Mitteldruckslinie, indem man von den Werten η'' in Spalte 8 ausgehend in Gleichung 75 die Werte: $\mathfrak{y}_5 = 5{,}474$ m, $\eta''_5 = 3{,}942$ m, $h = 6{,}329$ m, $h'' = 7{,}096$ m, $\mathfrak{y}_5 = 0{,}531$ m, $q_o = 0{,}450$ m einsetzt, so erhält man:

136. $$c' = \frac{0{,}531 \,.\, 6{,}329 + 0{,}450 \,.\, 5{,}474}{0{,}531 \,.\, 7{,}096 + 0{,}450 \,.\, 3{,}942} = 1{,}051,$$

137. $$\begin{cases} \text{ferner } \eta''_5 = 1{,}051 \,.\, 3{,}942 = 4{,}143\,\text{m}, \; h'' = 1{,}051 \,.\, 7{,}096 = 7.458\,\text{m}, \\ \Delta'' y_5 = 5{,}474 - 4{,}143 = 1{,}331\,\text{m}, \; \Delta'' h = 6{,}329 - 7{,}458 = -1{,}129, \\ \frac{\Delta'' y_5}{\mathfrak{y}_5} = \frac{1{,}331}{0{,}531} = 2{,}507, \; \frac{\Delta'' h}{q_o} = \frac{-1{,}129}{0{,}45} = -2{,}509, \text{ also} \\ \frac{\Delta'' y_5}{\mathfrak{y}_5} = -\frac{\Delta'' h}{q_o} \end{cases}$$

und zugehöriger Horizontalschub:

138. $$\mathfrak{H}''_v = \frac{\mathfrak{H}'_v}{c'} = \frac{0{,}578}{1{,}051} = 0{,}550 \text{ qm}.$$

Digitized by Google

$$\left.\begin{aligned} &\text{Demnach } e' = \frac{0{,}550\,(7{,}458 - 6{,}329)}{9{,}86 + 0{,}550} = 0{,}0597 \text{ m}, \\ &\text{sowie } \quad \frac{\hat{H}''}{q_0} = \frac{10{,}410}{0{,}45} = 23{,}133 \text{ qm und} \\ &\qquad b_0 = \frac{k\hat{H}''}{q_0} = \frac{23{,}133 \,.\, 2{,}2}{10} = 5{,}089 \text{ at.} \end{aligned}\right\} \quad 139.$$

Nach Einsetzung der Werte sub 139 in die Relationen 5 erhält man schliesslich folgende Werte der gesuchten grössten und kleinsten Kantenpressungen im Bogenscheitel:

$$\text{Max}\,b = -5{,}089\,(1 + \frac{6 \,.\, 0{,}0597}{0{,}450}) = -9{,}140 \text{ at.}; \text{Min}\,\hat{b} = -1{,}038 \text{ at.} \quad 140.$$

Die gewählte Gewölbstärke $q_0 = 0{,}45$ m im Bogenscheitel entspricht also 13facher Sicherheit gegen die grösstmöglichen specifischen Druckbeanspruchungen, während das Gewölbmaterial auf Zug gar nicht beansprucht wird.

Würde man die erste Berechnung der sichersten Mitteldruckslinie nach Spalte 8 der Tabelle IV haben gelten lassen, so würde man $e = 0{,}0177$ m, $\hat{b}' = -5{,}119$ at. und daher $\text{Max}\,\hat{b}' = -6{,}327$ at. und $\text{Min}\,\hat{b}' = -3{,}911$ at., d. h. nahezu 19fache Sicherheit gegen Zerdrücken erhalten haben, ein von dem vorstehenden nicht wesentlich verschiedenes Resultat.

Die vielleicht auffallend erscheinende Thatsache, dass die Werte sub 126, 131 und 140 für ungünstigste konzentrierte Belastungen sich kleiner berechnen, als die entsprechenden Werte sub 94 und 96 für gleichmässig verteilte grösste Verkehrslast rührt von dem Umstande her, dass letztere Verkehrslast den 4fachen Wert der vielleicht etwas gar zu klein angenommenen konzentrierten Verkehrslasten darstellt.

Berechnung des specifischen Druckes des Hauptbrückenbogens auf den Baugrund.

Nach Kapitel II geht die Mitteldruckslinie für alle Belastungen eines nach den Normen der neuen Theorie ausgeführten parabolischen Brückengewölbes durch die Schwerpunkte der beiderseitigen Stützflächen des Gewölbes im Baugrunde. — Der gesuchte specifische Druck eines Gewölbschenkels des Hauptbrückenbogens entspricht daher einem gleichmässig über die Stützfläche f verteilten Normaldrucke $\hat{N} = (\hat{H}_p + \hat{H}_v)\sqrt{1 + \text{tang}^2\varphi_A}$ und Druck auf die Quadrateinheit der Basisfläche f

$$\hat{b} = \frac{k\,(\hat{H}_p + \hat{H}_v)\sqrt{1 + \text{tang}^2\varphi_A}}{f} = \frac{k\,\hat{H}\,\sec\varphi_A}{f}, \quad 141.$$

Digitized by Google

wo natürlich die Kräfte $\hat{H}_p$ und $\hat{H}_v$ in Flächenmaass auszudrücken sind und k nach Ziffer 7 bestimmt wird.

Durch Einsetzung der gegebenen Werte von $\hat{H}' = 11{,}443$ qm nach Ziffer 87 und von $\sec\varphi_A = \sqrt{1 + \tang^2\varphi_A} = 2{,}4152$ nach Tabelle I Spalte 6 für $x = 9$ m in Gleichung 141 erhält man für die gegebene Basisbreite $f = 2$ m den Wert:

142. $$\hat{b} = \frac{2{,}2 \,.\, 11{,}442 \,.\, 2{,}4152}{2 \,.\, 10} = 3{,}040 \text{ at}$$

als grössten specifischen Druck des Hauptbrückenbogens auf die Fundamentsohle im Baugrunde, ein specifischer Druck, welcher bei der Beschaffenheit des natürlichen Baugrundes (festgelagerter Kies) mehr als ausreichende Sicherheit gegen Komprimierung durch die Last des Bauwerks bieten dürfte.

XI. Kapitel.

Noch einige wichtige Erörterungen über die statische Sicherheit gewölbter Brücken als Ergänzung zum VI. Kapitel.

Im VI. Kapitel wurde bereits der Gedanke angedeutet, dass sich nach den Normen der neuen Gewölbetheorie gewölbte Brücken ausführen lassen, welche mit dem bisherigen Hauptvorteile der eisernen Fahrbahnkonstruktionen gegenüber den bisherigen gewölbten Brücken, nämlich mit der Möglichkeit tragkräftiger Überspannung hoher und weiter Räume ohne Zwischenstützen noch weitere wichtige Vorzüge vereinigen, wie sie Eisenkonstruktionen nicht zu bieten vermögen, nämlich verhältnismässig auffallend geringe Herstellungskosten selbst der grössten Brückengewölbe für die verschiedensten Verdrückungsverhältnisse mit Hilfe eiserner Lehrgerüste, unbegrenzte Dauerhaftigkeit ohne bemerkenswerte Unterhaltungskosten und denkbar vollkommenste statische Sicherheit, indem die auf eiserne Brückenfahrbahnkonstruktionen erfahrungsgemäss so nachteilig einwirkenden Spannungswechsel, welche durch das Vorwiegen der bewegten Verkehrslast entstehen, bei richtig konstruierten und ausgeführten gewölbten Brücken zufolge ihres mehr oder minder dominierenden Eigengewichtes selbst bei den grössten Geschwindigkeiten der sie passierenden Eisenbahnzüge meist so geringfügig sind und sich so wenig fühlbar machen, dass sie nachteilige Wirkungen auf das Bauwerk kaum jemals hervorbringen dürften, ein Vorzug, welcher für sich allein schon die Erbauung gewölbter Eisenbahnbrücken nach den Normen der neuen Theorie an Stelle eiserner Fahr-

Digitized by Google

bahnkonstruktionen, bezw. Ersetzung letzterer durch erstere bei notwendig werdenden Rekonstruktionen da, wo die Verhältnisse hierzu günstig sind, ausreichend begründen dürfte.*)

Den rechnerischen Nachweis für die Richtigkeit dieser Aufstellungen dürften teilweise schon die Berechnungsergebnisse sub 126, 131 und 140 und die aus denselben zu ziehenden logischen Folgerungen zu liefern geeignet sein. Denn sie beweisen einerseits wegen der Kleinheit des Drehungswinkels $\Delta\varphi_A = 0^0\ 36'\ 52''$ die Anwendbarkeit des Princips der sichersten Mitteldruckslinie auf die Berechnung der grössten specifischen Beanspruchungen des Gewölbmaterials parabolischer Brückengewölbe, andererseits durch die Kleinheit der Werte von $\text{Max}\hat{b} = -7{,}432$ bezw. $= -9{,}140$ at. der durch die ungünstigsten Belastungen erzeugten specifischen Druckspannungen in den Scheitelkanten des Gewölbes und durch das Fehlen jeglicher Zugspannungen die eminente statische Sicherheit des projektierten Hauptbrückenbogens bei solider Ausführung nach den Normen der neuen Theorie und ich gestatte mir, zu diesen beweiskräftigen Zahlenbelegen noch weiter hinzuzufügen, dass ich zur Probe auch die specifischen Kantenbeanspruchungen im Bogenscheitel berechnet habe, welche dem Principe der sichersten Mitteldruckslinie gemäss durch das Befahren mit einer 4-achsigen Lokomotive von je 8 t Achslast und 1,4 m Radstand bei ungünstigster Stellung derselben (zweite Achse über dem Bogenscheitel) hervorgerufen würden.

Das Berechnungsergebnis war folgendes:

Bei einmaliger Wiederholung des in Kapitel VII beschriebenen Näherungsverfahrens ergeben sich folgende 2 Koeffizientenwerte:

$c = 0{,}6581$ und $c' = 1{,}0375$, daher $c'' = c \cdot c' = 0{,}6828$, $h' = 10{,}690$ m, 143.

wobei sich für c' gefährliche Querschnitte für $x = 4$ m und

*) Speciell in Bezug auf Eisenbahnbrücken wäre hier noch als weiterer, in ökonomischer Beziehung zu beachtender Vorzug richtig konstruierter und ausgeführter gewölbter Bahnbrücken gegenüber solchen mit eiserner Fahrbahnkonstruktion die Thatsache zu bezeichnen, dass bei ersteren naturgemäss die eben so kostspieligen als störenden periodischen Verstärkungen der Konstruktionsglieder und eventuellen Rekonstruktionen gänzlich hinwegfallen, wie solche bei den schon an sich für verhältnismässig bedeutend geringere Sicherheitsgrade berechneten eisernen Fahrbahnkonstruktionen infolge des durch den immer mächtiger anschwellenden Bahnverkehr bedingten Anwachsens der Achslasten der Eisenbahnzüge erfahrungsgemäss notwendig werden.

Digitized by Google

$x = 9$ m (Bogenscheitel) ergeben. Ferner berechneten sich folgende Werte der erforderlichen Bestimmungsgrössen:

144.
$$\begin{cases} h''' = 0{,}6828\ h' = 0{,}6828 \cdot 10{,}690 = 7{,}299 \text{ m};\ \Delta h'' = 7{,}299 - 6{,}329 = 0{,}970 \text{ m} \\ \hat{H}_v = \dfrac{1{,}824 \cdot 9}{2 \cdot 6{,}329} = 1{,}297 \text{ qm};\ H''_v = \dfrac{1{,}297}{0{,}6828} = 1{,}900 \text{ qm}; \\ \hat{H}'' = 9{,}860 + 1{,}900 = 11{,}760 \text{ qm} \\ \hat{b} = k\hat{b} = \dfrac{k\hat{H}''}{q_o} = \dfrac{2{,}2 \cdot 11{,}760}{10 \cdot 0{,}45} = 5{,}749 \text{ at. und} \\ e' = \dfrac{1{,}900 \cdot 0{,}970}{11{,}760} = 0{,}1568 \text{ m.} \end{cases}$$

145. Folglich
$$\begin{cases} \text{Max}\,\hat{b}_o = -5{,}749\,(1 + \dfrac{6 \cdot 0{,}157}{0{,}450}) = 17{,}782 \text{ at.}; \\ \text{Max}\,\hat{a} = +6{,}284 \text{ at.} \end{cases}$$

Zur Berechnung von $\Delta\varphi_A$ haben wir folgende Werte:

146.
$$\begin{cases} \text{tang}\,\varphi_A = 2{,}1985 \text{ (Tab. I Sp. 4)},\ \hat{H} = 9{,}860 + \dfrac{0{,}114 \cdot 16}{2{,}1985} = 10{,}690 \text{ qm} \\ k = \dfrac{\hat{H}}{\hat{H}''} = \dfrac{10{,}690}{11{,}760} = 0{,}9090,\ \text{tang}\,\varphi'_A = 0{,}909 \cdot 2{,}1985 = 1{,}9984 \end{cases}$$

$$2{,}1985 = \text{tang } 65^0\ 32'\ 29''$$
$$1{,}9984 = \text{tang } 63^0\ 25'\ 0''$$

147. Daher $\Delta\varphi_A = \quad 2^0\ 7'\ 29''$

An Stelle einer Tabelle sind in Figur 13 die Mitteldruckspolygone dieser ausserordentlichen veränderlichen Belastung in ursprünglicher und sicherster Lage, sowie die sicherste Mitteldruckskurve der zugehörigen Gesamtbelastung samt Mittellinie des Hauptgewölbeprofils zur Anschauung gebracht.

Die Beanspruchungen sub 145 entsprechen in Bezug auf Druck nahezu 7facher Sicherheit, in Bezug auf Zug nahezu 3facher Sicherheit, sind also noch immer günstig. Dass aber hier das Princip der sichersten Mitteldruckslinie auf diese Berechnungen thatsächlich anwendbar ist, dürfte aus dem Drehungswinkel sub 147 erhellen, welcher noch vollkommen zulässig erscheint. — Hiermit dürfte bewiesen sein, dass die projektierte Brücke bei den angenommenen Gewölbstärken nach entsprechender Erhärtung des Zement-Stampfbetons sogar von einer ziemlich schweren Lokomotive noch ohne jegliche Gefahr befahren werden könnte.

Es ist klar, dass sowohl die specifischen Maximalbeanspruchungen durch die bewegte Last, als auch die Drehungswinkel $\Delta\varphi_A$ der Stützendrucksresultanten um so kleiner ausfallen

Digitized by Google

werden, je grösser das Eigengewicht der Brücke im Verhältnisse zur bewegten Last ist, je grösser also die Brücke selbst ist. Hieraus folgt, dass die statische Sicherheit einer gewölbten Brücke, welche nach den Normen der neuen Gewölbetheorie berechnet, konstruiert und ausgeführt ist, mit der Grösse der überwölbten Brückenöffnung wächst. Die eminenten Vorteile der nach den strengen Regeln der neuen Gewölbetheorie berechneten, konstruierten und ausgeführten Brückenbauwerke treten demnach um so schärfer und augenfälliger hervor, je grösser das Bauwerk und je weitergespannt das Brückengewölbe ist. Hierzu kommt, dass der Einfluss der Temperaturschwankungen auf gewölbte Brücken wegen ihres geringeren Wärmeleitungsvermögens, ihrer grösseren Massen und ihres geringeren Ausdehnungsvermögens durch die Wärme weit geringer ist, als auf Eisenkonstruktionen und dass daher atmosphärische Temperaturschwankungen bei der Ausführung gewölbter Brücken ganz unberücksichtigt bleiben dürfen, sowie dass die Atmosphärilien auf gutes Bruchsteinmauerwerk in Portlandcementmörtel und auf Portlandcement-Stampfbeton nach den bisherigen Erfahrungen fast gar keine schädliche Wirkung üben, der Stampfbeton im Gegenteil mit der Zeit unter letzterer Einwirkung erfahrungsgemäss immer härter und widerstandsfähiger wird. Ähnliches dürfte auch für gutes Bruchsteinmauerwerk und Backsteinmauerwerk aus gutgebrannten Backsteinen, sogenannten Klinkern, in Portlandcementmörtel gelten.

Nach den vorstehenden Darlegungen und Berechnungsergebnissen dürfte als hinreichend erwiesen zu erachten sein, dass bei rechnerischer Prüfung der nach den Normen der neuen Gewölbetheorie berechneten, konstruierten und ausgeführten gewölbten Brücken mit parabolischen Gewölben, bei welchen die Mitteldruckslinie des ständigen Eigengewichtes ohnedies gänzlich oder doch sehr annähernd mit der Profilmittellinie zusammenfällt, in Bezug auf ihr statisches Verhalten den grössten Verkehrsbelastungen bei ungünstigster Belastungsstellung gegenüber stets die in der dargelegten Weise nach dem Princip der sichersten Mitteldruckslinie berechneten Mitteldruckslinien dieser Belastungen massgebend sind und dass demnach für derartige Brückengewölbe die bei ungünstigster Belastung thatsächlich eintretenden specifischen

Digitized by Google

Kantenbeanspruchungen direkt wenigstens annähernd richtig berechnet werden können, während bei Brückengewölben, welche nicht nach den Normen der neuen Theorie berechnet und ausgeführt sind, eine statische Berechnung der in ihnen wirkenden Spannungskräfte im allgemeinen aus den bereits in Kapitel VI bezeichneten Gründen überhaupt nicht möglich erscheint.

Nun wird aber jeder sachverständige Ingenieur, welcher weiss, wie seither bis auf die neueste Zeit gewölbte Brücken, natürlich ohne jede auch nur annähernd richtige statische Berechnung, welche ja thatsächlich auch gar nicht möglich war, ausgeführt wurden, zugestehen müssen, dass dieselben fast ausnahmslos nicht den Bedingungen und Anforderungen entsprechen, welche nach vorstehenden Darlegungen in Bezug auf Konstruktion und Ausführung an ein mustergültiges gewölbtes Brückenbauwerk zu stellen sind.

Versucht man es aber, in das Profil einer solchen gewölbten Brücke mit horizontaler Fundamentsohle nach den Anleitungen der Kapitel III und VII die richtige Mitteldruckslinie für das Eigengewicht der Brücke einzutragen, so wird man sich sofort von der Unmöglichkeit der Ausführung eines solchen Vorhabens überzeugen.

Denn ist einerseits das Princip der sichersten Mitteldruckslinie wegen der allzubedeutenden Abweichung $\Delta\varphi_A$ der sichersten Mitteldruckslinie des Gewölbes von der vertikalen Richtung im Stützpunkte A auf die Bestimmung dieser Mitteldruckslinie selbstverständlich nicht anwendbar, so kann andererseits ebensowenig das Grundgesetz des Horizontalschubs Anwendung finden, weil ja für vertikale Richtung der Stützpunkttangente der Mitteldruckslinie $\cot g\varphi_A = o$ und folglich nach Relation 101 auch der Horizontalschub $\hat{H}_p = o$ sein müsste, was offenbar nicht zutrifft. Die bisherige, in der Regel hauptsächlich für Halbkreisgewölbe gemachte Annahme, dass die Gewölbereaktion erst bei einer gewissen, dem Komplement des Reibungswinkels des Mauerwerks entsprechenden Vertikalneigung der Fugenrichtung beginne, ist eine ganz willkürliche und falsche, weil mit der Thatsache, dass sich die Mitteldruckslinie eines Gewölbes bis zur Fundamentsohle hinab fortsetzt, in Widerspruch stehende. — Für $\hat{H}_p = o$ würde ferner die allgemeine Scheitelgleichung 17 der zu bestimmenden Mitteldruckslinie lauter unendliche Werte der Ordinaten y liefern, ein Umstand, wel-

Digitized by Google

cher in Übereinstimmung steht mit der Thatsache, dass die dem Grundgesetze des Horizontalschubs entsprechende Mitteldruckslinie in diesem Falle für alle Gewölbbelastungen in unendlicher Ferne liegt und die zugehörigen neutralen Axen dementsprechend sämtlich mit der Profilmittellinie koincidieren. Die axialen Pressungen werden alsdann sämtlich gleich Null und es bleiben nur noch die reinen Biegungsspannungen, welche als Druck- und Zugspannungen in den Kanten der Mauerwerksquerschnitte ihren grössten Wert erreichen, allein wirksam, mit anderen Worten, wir haben es alsdann nicht mehr mit einem Gewölbe, sondern mit einem auf horizontalen Stützebenen ruhenden gewölbartig gekrümmten Balken zu thun, welcher durch sein Eigengewicht und alle darauf ruhenden Lasten ausschliesslich relativ, d. h. auf Biegung, also in der denkbar unvorteilhaftesten Weise beansprucht wird. Der gekrümmte Balken ist es auch und nicht der eigentliche Bogen, welcher, wie hier nur kurz bemerkt werden soll, der Navier'schen Bogentheorie zu Grunde liegt und dieselbe für Berechnung von Bogen- und Gewölbkonstruktionen, wie sie im Baufache vorkommen, unbrauchbar macht. — Näheres hierüber wolle man aus meiner 1897 erschienenen Druckschrift: „Kritische Betrachtungen über die Navier'sche Bogentheorie etc." entnehmen.

Nimmt man dagegen eine von 90° nicht beträchtlich abweichende Vertikalneigung d. h. nahezu horizontale Lage der Fundamentbasis eines Brückenwiderlagers an, so berechnet sich nach dem Grundgesetze des Horizontalschubs für die Profilform unserer meisten gewölbten Brücken, wie man sich jederzeit durch den Versuch überzeugen kann, eine Mitteldruckslinie des Eigengewichtes, welche im Scheitel nach oben und in den Gewölbkämpfern nach unten mehr oder minder weit von der Profilmittellinie absteht und häufig sogar aus der Profilfläche heraustritt, so dass in letzterem Falle notwendig der Zusammensturz der Brücke unter der Last ihres Eigengewichtes nach Vollendung der Brücke oder schon gleich nach dem Ausrüsten erfolgen müsste, wenn eben nicht ausser den als Strebepfeiler dem Gewölbeschub entgegenwirkenden Stirnflügeln das in Kapitel VI erwähnte elastische Akkommodationsvermögen des Gewölbes wäre, welches bewirkt, dass die Mitteldruckslinie des Eigengewichtes aus der durch das Grundgesetz des Horizontalschubs bedingten Lage bis zu einer gewissen unüberschreitbaren Grenze in immer sicherere Lagen

Digitized by Google

übergeht. Die diesem Akkommodationsvermögen bei unrichtiger Konstruktion entsprechenden Einsenkungen und Deformationen des Gewölbes konnte man an den in früherer Zeit ausgeführten gewölbten Brücken vielfach mit blossem Auge beobachten. Dieselben dauerten bei ausgeführten Brücken oft längere Zeit fort, bis endlich nach vollständig erreichtem statischem Gleichgewichte ohne übermässige Pressungen oder Zugbeanspruchungen einzelner Stellen der Beharrungszustand eintrat und wohl in der Regel infolge der fortschreitenden Erhärtung des Mauerkörpers die Gefahr des Einsturzes zufolge unrichtiger Gewölbkonstruktion für immer verschwunden war. So manche von den damals ausführenden Ingenieuren werden sich vielleicht noch der durch nur allzubegründete Furcht vor möglichem Einsturze erzeugten unbehaglichen Empfindungen erinnern, welche ihnen bis zum endlichen Eintritte des vorerwähnten glücklichen Beharrungszustandes die Gemütsruhe störten, Empfindungen, welche bei den nach den sicher leitenden Normen der streng mathematisch begründeten und deshalb richtigen neuen Gewölbetheorie konstruierten und ausgeführten parabolischen Brückengewölben zu den überwundenen Standpunkten gehören dürften.

Gewölbte Brücken dagegen, bei welchen, was ja wohl selten vorgekommen sein mag, auch nach Erreichung der äussersten Grenze der zufolge des Akkommodationsvermögens des Gewölbematerials stattfindenden Verrückungen der Mitteldruckslinie das Gewölbe nicht zur Ruhe kam, indem es den gleichwohl noch vorhandenen übermässigen Kantenpressungen nicht mehr den notwendigen Widerstand zu leisten vermochte, konnten alsdann freilich dem Einsturze nicht mehr entgehen und es würden ohne Zweifel auch noch so manche von den gewölbten Brücken, welche sich bis zum heutigen Tage unversehrt erhalten haben, dem Schicksale des Einsturzes thatsächlich verfallen sein, wenn nicht glücklicherweise die Stirnflügel der Widerlager, jene an sich durch die Erdhinterfüllung recht ungünstig beanspruchten Mauerwerkskörper, sich als höchst widerstandsfähige Verstärkungspfeiler der Widerlager erwiesen hätten, indem sie der in ihnen sich fortpflanzenden Mitteldruckslinie gestatteten, günstigere Lagen anzunehmen, als solches ohne sie der Fall gewesen wäre, und hierdurch den Einsturz des Brückengewölbes im kritischen Momente verhüteten.

Wie dem aber immerhin sein möge, jedenfalls liefert die

Digitized by Google

Thatsache, dass die seit den ältesten Zeiten ohne die Hilfsmittel einer streng mathematisch begründeten und mit den Naturgesetzen im Einklange stehenden Theorie fehlerhaft konstruierten und ausgeführten gewölbten Brücken unter der Last ihres Eigengewichtes grösstenteils nicht eingestürzt sind, sondern sich bis zum heutigen Tage, soweit sie nicht gewaltsam oder, meist wohl infolge mangelhafter Fundierung, durch Hochwasserfluten zerstört wurden, mehr oder minder gut erhalten haben, im Zusammenhalte mit dem Grundgesetze des Horizontalschubs eines der deutlichsten und augenfälligsten Merkmale für das Bestehen des dem Hagen'schen Principe der sichersten Mitteldruckslinie zu Grunde liegenden Akkommodationsvermögens der Mauerkörper von Brückengewölben an die in ihnen wirkenden äusseren Kräfte.

Wenn es übrigens für fragliches Akkommodationsvermögen der Mauerkörper der Brückengewölbe noch eines weiteren augenfälligen Beweises bedürfte, so möchte dieser in dem statischen Verhalten der bisher ausgeführten gewölbten Brücken, insbesondere der gewölbten Eisenbahnbrücken unter der Wirkung der veränderlichen Verkehrslasten zu suchen sein. Denn wer könnte in dieser Beziehung die Beweiskraft der Thatsache in Zweifel ziehen, dass die bisher in ihrer Mehrzahl weder in Bezug auf Konstruktion, noch in Bezug auf Ausführung den Anforderungen der Statik genügenden gewölbten Eisenbahnbrücken, welche nicht gleich anfangs nach ihrer Vollendung oder schon nach dem Ausrüsten des Gewölbes unter der Last ihres Eigengewichtes eingestürzt sind, später den rüttelnden Lasten der darüber fahrenden, stets schwerer werdenden Bahnzüge, welch' letztere doch nach den bisherigen Darlegungen und Berechnungen dem Grundgesetze des Horizontalschubs gemäss ganz übermässige Spannungswechsel in den Querschnittskanten des Gewölbes hätten bewirken müssen, Spannungswechsel, welchen das Gewölbematerial auf die Dauer unmöglich hätte widerstehen können, sich gleichwohl bis zum heutigen Tage grösstenteils den fortwährend zunehmenden Zugslasten gegenüber als genügend stabil und betriebssicher bewährt haben?

Digitized by Google

XII. Kapitel.

Die Leibbrand'schen Objekte und bedeutungsvolle Beweiskraft der an denselben angestellten Beobachtungen für die neue Gewölbetheorie des Verfassers.

Hierzu Tabelle V.

Leider war es mir bis jetzt in meiner vereinsamten Lage, ohne jede äussere Anregung und Unterstützung meiner auf Hebung unseres Bauwesens in Theorie und Praxis gerichteten standhaften Bestrebungen im steten Kampfe mit der geheimen Minierarbeit feindlicher Elemente ganz allein auf meine eigenen schwachen Kräfte und Hilfsmittel angewiesen, nicht möglich, die principielle Richtigkeit der Ergebnisse meiner theoretischen Untersuchungen im grossen an ausgeführten Bauwerken, soweit dies überhaupt möglich, direkt nachzuweisen, sei es durch Ausführung von gewölbten Brücken nach den strengen Normen der neuen Gewölbetheorie und Prüfung ihres statischen Verhaltens, sei es durch direkte Messungen und Beobachtungen an nicht nach den Normen der neuen Gewölbetheorie konstruierten und ausgeführten gewölbten Brücken, um auf solche Art die wirkliche Lage der Mitteldruckslinie des ständigen Eigengewichtes in letzteren Brückengewölben nachzuweisen und auf Grund der theoretischen Unbestimmbarkeit dieser von den rechnungsmässig bestimmbaren Lagen abweichenden Lage der Mitteldruckslinie die zweifellose Richtigkeit der Thatsache praktisch vor Augen zu führen, dass die in derartigen nicht nach den Normen einer richtigen Theorie konstruierten und ausgeführten Brückengewölben wirkenden Druck- und Zugbeanspruchungen des Gewölbematerials thatsächlich nicht berechenbar sind, wie behauptet und bereits theoretisch nachgewiesen wurde.

Was aber in letzterer Beziehung mir nicht gelang, das zu ermöglichen, ist den erfolgreichen Bemühungen eines geehrten Fachgenossen, des verstorbenen Präsidenten v. Leibbrand in Stuttgart, gelungen, welcher sich in seiner Eigenschaft als Vorstand und Leiter der kgl. württemberg'schen Ministerialabteilung für Strassen- und Wasserbau um die Hebung des württemberg'schen Ingenieurbauwesens hohe Verdienste erworben hat, indem unter seiner Oberleitung und nach seinen Entwürfen in den Jahren 1882—1896 eine grosse Anzahl ge-

Digitized by Google

wölbter, meist flachgesprengter Stein- und Betonbrücken im Zuge öffentlicher Strassen in vervollkommneter Weise durch Verwendung von gelenkartigen Einlagen oder von vollständigen Gelenken in den Scheitel- und sichtbaren Kämpferfugen der Bögen ausgeführt wurden.

In Ermanglung einer richtigen, sowohl mit den Grundlehren der Statik als auch mit den Naturgesetzen in genügendem Einklange stehenden Gewölbetheorie war es wohl ein unter den gegebenen Verhältnissen glücklicher und fruchtbringender Gedanke, die dreigelenkigen eisernen Bogenkonstruktionen auch für Konstruktion gewölbter Bögen zum Muster zu nehmen und so durch das äusserliche Mittel des Einlegens gelenkartiger Zwischenglieder im Scheitel und in den sichtbaren Kämpferfugen die Mitteldruckslinien der verschiedenen Belastungen auch bei sonst unrichtiger Konstruktion des gewölbten Bauwerks zu zwingen, wenigstens in den genannten drei wichtigen Gewölbequerschnitten gewisse zulässige Grenzen nicht zu überschreiten. — Wirklich gelang es auch dem Herrn Präsidenten v. Leibbrand, auf diese Weise schöne gewölbte Strassenbrücken mit meist flachen Verdrückungsverhältnissen zur Ausführung zu bringen, welche in Bezug auf Solidität der Ausführung als Musterbauwerke einer eigenartigen Gewölbekonstruktion dienen können, aber gleichwohl wegen ihrer konstruktiv unrichtigen Profilform ohne diese gelenkartigen Einlagen sich wohl nicht als genügend stabil erwiesen hätten.

v. Leibbrand hat seine bei fünf dieser Brücken, welche in den Jahren 1882—87 ausgeführt wurden, gemachten Erfahrungen zum Teil in einer Abhandlung veröffentlicht, welche im Jahrgange 1888 der Berliner „Zeitschrift für Bauwesen" Seite 235—260 unter dem Titel: „Steinbrücken mit gelenkartigen Einlagen," mit Zeichnungen auf 3 lithographierten Blättern und mit in den Text gedruckten Abbildungen illustriert, erschienen ist. — Ich habe, schon vorher durch einen mir anonym zugesandten Zeitungsartikel in Nr. 281 vom 1. Dezember 1887 der Neckarzeitung auf diese Brückenbauten aufmerksam gemacht, fragliche Abhandlung zum Gegenstand eingehenden Studiums gemacht und dessen Ergebnisse im dritten Bande meines grossen Manuskriptwerkes, die Theorie der parabolischen Tonnengewölbe enthaltend, in einem eigenen Abschnitte, Seite 595—690, samt allen zugehörigen Berechnungen vor Augen geführt.

Die erstausgeführte der vorbezeichneten 5 Brücken über

Digitized by Google

die Nagold bei Teinach, 1882 erbaut, ist ohne gelenkartige Einlagen hergestellt und die an diesem Bauwerke nach Leibbrand gemachten „unerwünschten" Erfahrungen gaben, wie es scheint, die Veranlassung zu den bei den übrigen Brücken in Anwendung gekommenen Bleieinlagen im mittleren Drittel der Scheitel- und sichtbaren Kämpferfugen der Gewölbe. In der zitierten Abhandlung sind nun folgende 4 Brücken mit Bleieinlagen besprochen:

I. Brücke über die Enz bei Höfen, erbaut 1885.
Sichtbare Spannweite 28 m, zugehörige Pfeilhöhe 2,8 m.

II. Brücke über die Enz, oberhalb Wildbad, erbaut 1886.
Sichtbare Spannweite 15,6 m, zugehörige Pfeilhöhe 2,35 m.

III. Brücke über die Glatt bei Neuneck, erbaut 1886.
Sichtbare Spannweite 17 m, zugehörige Pfeilhöhe 3 m.

IV. Brücke über die Murr bei Marbach a./N., erbaut 1887.
Sichtbare Spannweite 32 m, zugehörige Pfeilhöhe 3,1 m.

Für 2 dieser Brücken, nämlich für die Enz-Brücke bei Höfen und die Murr-Brücke bei Marbach, habe ich auch Alternativprojekte nach meiner neuen Theorie ausgearbeitet und gefunden, dass mit nicht viel mehr als der Hälfte des verwendeten Gewölbematerials der ausgeführten Brücken gewölbte parabolische Brücken hätten hergestellt werden können, welche ohne Verwendung gelenkartiger Einlagen eine wohl noch grössere statische Sicherheit geboten hätten, als die ausgeführten Brücken. Die Hauptschwäche dieser Brückenkonstruktionen liegt mit Ausnahme der Enz-Brücke bei Wildbad in dem Umstande, dass die Stützflächen der Gewölbeschenkel im Baugrunde, statt normal zur Profilmittellinie des Eigengewichtes zu stehen, einen viel zu kleinen Winkel mit dem Horizonte bilden und deshalb von der richtigen normalen Richtung zur Profilmittellinie um nicht weniger als 17 bis 30° abweichen, so dass $\Delta\varphi_A$ zwischen 16 und 30° schwankt.

Die notwendige Folge dieser fehlerhaften Konstruktion kann natürlich den vorstehenden Darlegungen gemäss nur die sein, dass die dem Grundgesetze des Horizontalschubs entsprechende Mitteldruckslinie des Eigengewichtes einer solchen Brücke eine sehr steile und teilweise aus dem Gewölbeprofil sogar heraustretende Lage erhalten würde, eine Lage, welche in den gefährlichen Gewölbequerschnitten jedenfalls so grosse Druck- und Zugspannungen erzeugen würde, dass ihnen das Gewölbematerial auf die Dauer unmöglich widerstehen könnte, die Brücke also einstürzen müsste. Dieser Einsturz würde

Digitized by Google

nun wahrscheinlich allerdings, wie das Beispiel der Nagold-Brücke bei Teinach zeigt, infolge des Akkommodationsvermögens des Brückengewölbes an die wirkenden Aussenkräfte bei solider Ausführung auch ohne Bleieinlagen nicht wirklich erfolgen, sondern es würden die durch die ursprünglich ungünstigere Lage der Mitteldruckslinie erzeugten übermässigen Spannungen sich nur durch beunruhigende Risse in der äusseren Leibungsfläche und Abspringen von Mauerwerksschalen in den inneren Leibungsflächen des Gewölbes, sowie durch sichtbare Deformationen des Gewölbeprofils kundgeben, immerhin aber eventuell auf mehr oder minder lange Zeit eine beständige Quelle ernster Besorgnisse bleiben.

Diesem Übelstande, der unvermeidlichen Folge unrichtiger Konstruktion, ist nun durch das Einlegen der gelenkartig wirkenden Bleiplatten im mittleren Drittel der Scheitel- und sichtbaren Kämpferfugen des Gewölbes im wesentlichen abgeholfen; so dass bei derartig ausgeführten gewölbten Brücken ungeachtet der unrichtigen Konstruktion bei solider Ausführung jede Gefahr und jeder Grund zur Befürchtung eines möglichen Einsturzes ausgeschlossen sein dürfte.

Was nun aber für die Gewölbetheorie von grösster Wichtigkeit ist, das ist die Thatsache, dass diese Leibbrand'schen Objekte sich sehr gut zu Versuchsobjekten im grossen für Bestimmung der wirklichen Lage der Mitteldruckslinie des ständigen Eigengewichtes ausgeführter gewölbter Brücken eignen, und es ist das höchst schätzenswerte Verdienst des Herrn Präsidenten v. Leibbrand, hierzu durch Veröffentlichung der Messungsergebnisse der Dimensionen der Bleifugen vor, während und nach der Ausrüstung der Brückengewölbe bei zweien dieser Objekte, nämlich bei der Enz-Brücke bei Höfen und der Murr-Brücke bei Marbach, die Handhabe geliefert zu haben.

Insbesondere ermöglichen bei der Murr-Brücke die beigefügten graphischen Darstellungen der Verdrückungen der Bleifugen und Bleieinlagen nach dem Ausschalen des Gewölbes, wie sie auch aus Tabelle V mit den ergänzenden Bemerkungen in Spalte 15 zu entnehmen sind, mit Hilfe der Relationen 5 eine ganz genaue Berechnung der Lage der Schnittpunkte der Bleifugen mit der gesuchten thatsächlichen Mitteldruckslinie und demgemäss auch eine genaue Berechnung des ganzen Verlaufes der durch diese 3 Punkte bestimmten Mitteldruckslinie, wenn man beachtet, dass die berechneten Veränderungen, welche die Dicken der Bleiplatten in der Mitte, sowie an den

Digitized by Google

oberen und unteren Rändern der unteren, gedrückten Teile derselben unter der Wirkung der drückenden Kräfte erlitten haben, nach dem Elasticitätsgesetze in jenen drei Fugenschnitten den sie erzeugenden Spannungen proportional sind und deshalb in die Relationen 5 zur Berechnung der Excentricitäten e der Druckresultanten in Bezug auf die Mitten der gedrückten Plattenteile an Stelle der Spannungen selbst eingesetzt werden können. Durch Addition der Werte e zu den Abständen der Mitten der gedrückten Plattenteile von den Mitten der Fugenschnitte erhält man sodann die Abstände der wirklichen Mitteldruckslinie von der Profilmittellinie in den 3 Bleifugenschnitten.

Tabelle V enthält die Zusammenstellung der gemessenen Bleifugenweiten, wie sie sich bei der Enz-Brücke bei Höfen unmittelbar aus den Leibbrand'schen Tabellen und bei der Murr-Brücke bei Marbach aus den der Abhandlung beigefügten Zeichnungen der Bleifugenquerschnitte nach dem Ausschalen des Lehrgerüstes ergeben haben. — Schon aus den übersichtlichen Zahlenangaben dieser Tabelle kann ohne weiteres entnommen werden, dass die Mitteldruckslinie des ständigen Eigengewichtes sich bei der Höfener Enz-Brücke im Scheitel dem oberen Rande der Bleiplatten, in den sichtbaren Kämpfern aber in noch höherem Grade dem unteren Rande der Bleiplatten annähert, während bei der Murr-Brücke die Mitteldruckslinie des ständigen Eigengewichtes im Bogenscheitel zwar teilweise einen sehr starken Druck erzeugt, wie aus der Dünnerquetschung der Bleiplatten im Bogenscheitel flussaufwärts zu entnehmen ist, aber im ganzen sich nur wenig von der Profilmittellinie entfernt, dass dagegen in den sichtbaren Kämpfern der Murr-Brücke eine so bedeutende Annäherung der Mitteldruckslinie des ständigen Eigengewichtes an den unteren Rand der Bleiplatten statt hat, wie solche erforderlich ist, um die in Spalte 15 der Tabelle V ad II bezeichneten Wirkungen hervorzubringen, nämlich keilförmige Verdrückung der Bleiplatten in ihrem unteren Teile und völlige Loslösung der oberen Teile der Bleiplatten von den Fugenflächen des Mauerwerks, sowie demzufolge excentrische Konzentrierung des Gesamtdruckes auf die unteren, beiderseits an den Fugenflächen des Mauerwerks anliegenden Teile der Bleiplatten.

Die hiernach rechnerisch bestimmbare Lage der wirklichen Mitteldruckslinie des ständigen Eigengewichtes weicht nun in beiden Brücken, wie die Verdrückungen der Bleiplatten

Digitized by Google

annähernd zeigen und meine Berechnungen genauer ergeben, sowohl von der durch das Grundgesetz des Horizontalschubs bestimmten, als auch von der nach dem Princip der sichersten Mitteldruckslinie berechneten Lage ganz beträchtlich und zwar in einer nach den hier dargelegten statischen Gesetzen nicht erklärbaren Weise ab. Denn nach dem Grundgesetze des Horizontalschubs müsste sie, durchweg gleiche Komprimierbarkeit des Baugrundes vorausgesetzt, was hier bei der sorgfältigen Ausführung beider Brücken wohl kaum zu bezweifeln sein dürfte, durch die Schwerpunkte der beiderseitigen Fundamentflächen hindurchgehen und sich im Scheitel dem oberen Rande der Bleiplatten wo möglich noch weiter annähern, als es in den sichtbaren Kämpferfugen hinsichtlich Annäherung an die unteren Ränder der Bleiplatten thatsächlich der Fall ist, während in diesen sichtbaren Kämpferfugen die Abweichung von der Mitte der Fugenschnitte eine geringere als die thatsächliche sein sollte, ein Verlauf der Mitteldruckslinie, welcher dem wirklichen, in beiden Fundamentflächen sich den vorderen Basiskanten stark annähernden Verlaufe dieser Mitteldruckslinie in keiner Weise entspricht.

Würde die thatsächliche Mitteldruckslinie des Eigengewichtes der Brücke dagegen im Gewölbeprofil nach der dem Princip der sichersten Mitteldruckslinie entsprechenden Richtung verlaufen, so könnte sie sich nirgends weit von der Profilmittellinie entfernen, ja, sie müsste wohl sogar mit derselben, wie man sich durch Berechnung und Konstruktion dieser sichersten Mitteldruckslinie nach den in Kapitel VII dargelegten Normen überzeugen kann, annähernd koincidieren, was nach Tabelle V durchaus nicht zutrifft. Ebensowenig trifft es ferner zu, dass die in der angegebenen Weise bestimmte wirkliche Mitteldruckslinie des Eigengewichtes eine zwischen jenen beiden Grenzlagen befindliche Lage einnimmt. — Denken wir uns aber die gelenkartigen Bleiplatten hinweg, durch welche die Mitteldruckslinie im Scheitel und in den scheinbaren Kämpfern innerhalb gewisser Grenzen gebannt ist, so würden diese Abweichungen der wirklichen Mitteldruckslinie von der Profilmittellinie naturgemäss wohl noch ungleich grössere und gefährlichere sein, Abweichungen, welche wegen der aus ihnen resultierenden übermässigen Druck- und Zugspannungen unter Umständen den Einsturz der Brücken hätten herbeiführen können.

Durch diese auf genaue Messungen an ausgeführ- 148.

Digitized by Google

Ta-

über die Messungsergebnisse der Bleifugenweiten im Scheitel wölbter Brücken mit

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Lfde. Nr.	Vortrag	Im Scheitel				In den sicht-			
						Am linken Ufer			
		Flussaufwärts		Flussabwärts		Flussaufwärts		Flussabwärts	
		Äussere	Innere	Äussere	Innere	Äussere	Innere	Äussere	Innere
		Leibung		Leibung		Leibung		Leibung	
		mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm
	I. Brücke über die Enz bei Höfen.								
1.	Ursprüngliche Fugenweiten	22,0	22,0	22,0	22,0	22,0	22,0	22,0	22,0
2.	Fugenweiten nach dem Gewölbeschluss	21,0	23,0	17,0	24,0	29,0	12,0	26,0	18,5
3.	Fugenweiten nach dem ersten Absenken der Lehrbögen	20,0	21,5	15,5	24,0	30,0	11,5	26,0	17,0
4.	Fugenweiten nach dem zweiten Absenken der Lehrbögen	20,0	21,5	15,5	24,0	30,0	11,0	26,5	16,0
5.	Fugenweiten nach dem dritten Absenken der Lehrbögen	19,0	22,3	14,5	24,8	30,5	10,5	26,5	15,5
6.	Fugenweiten nach Fertigstellung des Aufbaues der Brücke	18,6	22,3	14,3	24,7	30,3	10,5	26,3	15,4
	II. Brücke über die Murr bei Marbach.								
7.	Ursprüngliche Fugenweiten	22,0	22,0	22,0	22,0	22,0	22,0	22,0	22,0
8.	Fugenweiten nach dem Ausschalen des Lehrgerüstes (nach Plan)	16,0	16,0	18,0	25,0	45,0	3,0	38,0	4,0

ten Bauwerken gestützten Ergebnisse erscheint nun die in den Kapiteln VII und XI bereits theoretisch begründete Thatsache, dass die wirklichen Beanspruchungen aller nicht nach den Normen der neuen Ge-

Digitized by Google

belle V

und in den sichtbaren Kämpfern zweier Leibbrand'scher gegelenkartigen Einlagen.

11	12	13	14	15
baren Kämpfern				
Am rechten Ufer				
Fluss-aufwärts		Fluss-abwärts		
Äussere	Innere	Äussere	Innere	**Bemerkungen**
Leibung		Leibung		
mm	mm	mm	mm	
				ad I. Gewölbstärke im Bogenscheitel = 1,0 m Gewölbstärke in den sichtbaren Kämpfern = 1,5 m Breite der Bleiplatten im Bogenscheitel = 0,35 m
22,0	22,0	22,0	22,0	" " " in den sichtbaren Kämpfern = 0,50 m
33,0	14,0	32,0	18,0	ad II. Gewölbstärke im Bogenscheitel = 1,20 m Gewölbstärke in den sichtbaren Kämpfern = 1,50 m Ursprüngliche Breite der Bleiplatten im Scheitel = 0,40 m
33,0	12,5	32,0	17,0	Ursprüngliche Breite der Bleiplatten in den sichtbaren Kämpfern = 0,50 m
33,0	12,0	32,0	16,5	Breite der Bleiplatten im Scheitel nach dem Ausrüsten = 0,44 und 0,40 m
33,6	11,5	32,4	15,9	Breite der Bleiplatten in den linken Kämpfern nach dem Ausrüsten = 0,503 und 0,510 m Breite der Bleiplatten in den rechten Kämpfern nach dem Ausrüsten = 0,530 und 0,510 m
33,4	11,1	32,2	15,7	Im Scheitel lagen die Bleiplatten nach dem Ausrüsten durchweg beiderseits an den Fugenrändern an, dagegen in den Kämpfern an den oberen Rändern nirgends.
22,0	22,0	22,0	22,0	In den Kämpfern links, unteres Anliegen derselben beiderseits je 0,15 und 0,22 m am Einlauf und je 0,500 und 0,210 m am Auslauf.
37,0	5,0	40,0	3,0	In den Kämpfern rechts, unteres Anliegen der Bleiplatten beiderseits je 0,380 und 0,220 m am Einlauf, und je 0,185 und 0,240 m am Auslauf.

wölbetheorie berechneten, konstruierten und ausgeführten Brückengewölbe wegen statischer Unbestimmbarkeit der wirklichen Lagen der den Gewölbebelastungen entsprechenden Mitteldruckslinien unbe-

Digitized by Google

rechenbar sind, sowie dass diese unberechenbaren Beanspruchungen ungeachtet des Akkommodationsvermögens des Mauerwerks an die wirkenden Aussenkräfte unter Umständen die statische Sicherheit gewölbter Brücken ernstlich bedrohende Wirkungen zu äussern vermögen, in natura entsprechend nachgewiesen und liefert dieser Nachweis einen neuen, in die Augen fallenden Beleg für die weittragende praktische Bedeutung der neuen Gewölbetheorie auf bautechnischem Gebiete, sowie für deren Notwendigkeit zur Herbeiführung einer gesunden und durchgreifenden Reform unseres Ingenieurbauwesens zu Gunsten der bislang so unbegreiflich vernachlässigten und in ihrer natur- und zeitgemässen Entwicklung zurückgebliebenen Steinkonstruktionen.

Zum Schlusse dieser Darlegungen wäre hier noch Nachstehendes zu bemerken:

Wenn auch, wie nachgewiesen, die richtige Mitteldruckslinie des Eigengewichtes bei Brücken mit von der normalen Stellung zur Profilmittellinie beträchtlich abweichenden Stützflächen der Gewölbeschenkel im allgemeinen nicht bestimmbar ist, so lässt sich doch aus den Lagen der fraglichen Mitteldruckslinien bei der Murr-Brücke und der Enz-Brücke bei Höfen, wie sie sich nach Massgabe der gemessenen Verdrückungen der Bleiplatten berechnen, mit ihren den Vorderkanten der Fundamentsohlen angenäherten Stützpunkten mit ziemlicher Sicherheit der nicht unwichtige Schluss ziehen, dass bei von der normalen Stellung zur Profilmittellinie eines Brückengewölbes, bezw. zur sichersten Mitteldruckslinie des Eigengewichtes abweichenden Vertikalneigungen der Stützebenen der Gewölbschenkel im Baugrunde die thatsächliche Mitteldruckslinie des ständigen Eigengewichtes der Brücke im Gewölbeprofil stets eine solche Lage einnimmt, dass sie das Bestreben hat, diese Stützebenen bezw. die sie vertretenden kombinierten Stützflächen (vid. Kapitel V) in einem jener normalen Stellung sich annähernden Sinne zu drehen, eine Regel, welche wenigstens einen Fingerzeig für richtige Entscheidung der Frage geben dürfte, auf welcher Seite der Schwerpunkte der Fundamentflächen derartiger Brückengewölbe die Stütz-

Digitized by Google

REESE LIBRARY OF THE UNIVERSITY OF CALIFORNIA

punkte der richtigen Mitteldruckslinie für das Eigengewicht der Brücke zu suchen sind.

XIII. Kapitel.

Die steigenden parabolischen Tonnengewölbe.

Hierzu Figuren 8ª, 8ᵇ und 8ᶜ.

Ich gelange jetzt zur Berechnung der übrigen parabolischen Gewölbeprofile der projektierten Bahnüberbrückung. Nachdem jedoch die Spargewölbe über dem Hauptbrückenbogen und die Stirnflügelgewölbe als den Steigungen und Neigungen der Brückenfahrbahn parallel mit 4 % ansteigende Gewölbe zu konstruieren sind, so dürften diesen speciellen Berechnungen die notwendigsten Sätze und Relationen über steigende parabolische Tonnengewölbe vorauszuschicken sein, wie folgt:

Satz 1. Ist für eine bestimmte Grösse und Anordnung der Belastung eines Tonnengewölbes mit horizontaler Stützpunktsehne AB der Profilmittellinie (Figur 8ª) die durch die Stützpunkte A und B hindurchgehende Mitteldruckslinie der Belastung für einen gewissen Horizontalschub $\hat{H}$ konstruiert, so erhält man die entsprechende Mitteldruckslinie für die gleiche Belastungsanordnung und den gleichen Horizontalschub mit unter einem Winkel α gegen den Horizont ansteigender Stützpunktsehne A′B′ der Profilmittellinie, wo A′ und B′ in den Vertikalen durch A und B liegende Punkte sind, wenn man die vertikalen Abstände der ersten Mitteldruckslinie von AB in den gleichen Projektionslothen von A′B′ aus aufträgt und die nächstaufeinanderfolgenden oberen Endpunkte der aufgetragenen Strecken, je nachdem die Belastung eine kontinuierliche ist oder aus konzentrierten Einzellasten besteht, durch eine kontinuierliche Kurve oder durch Gerade verbindet.

Satz 2. Die Mitteldruckslinie für eine gegebene Belastungsanordnung des steigenden Tonnengewölbes geht in die Profilmittellinie des steigenden **parabolischen** Tonnengewölbes über, wenn die gegebene Belastung identisch ist mit der ständigen Gewölbebelastung und die

Digitized by Google

Stützebenen des Gewölbes zu dieser Mitteldruckslinie normal stehen.

Satz 3. Zu den vertikalen Komponenten $\hat{V}_A$ und $\hat{V}_B$ der Stützendrücke einer gegebenen Gewölbebelastung bei horizontaler Lage AB der Stützpunktsehne, wie sie sich aus den Momentengleichungen der vertikalen Kräfte und Gegenkräfte in Bezug auf Drehung um A und B berechnen, tritt bei geneigter Lage A′B′ der Stützpunktsehne im unteren Endpunkte A noch eine positive Vertikalkraft $\Delta\hat{V}_A = \hat{H}\tan g\alpha$ hinzu, während die gleiche Vertikalkraft von der im oberen Endpunkte B′ der geneigten Stützpunktsehne wirkenden Vertikalkraft $\hat{V}_B$ in Abzug kommt.

Satz 4. Der von den Scheitelvertikalen durch S und S′ der zu einer und derselben reduzierten Belastungsfläche (Figur 8c) gehörigen Mitteldruckskurven für horizontale Lage einerseits und für eine unter dem Winkel α gegen den Horizont geneigte Lage der Stützpunktsehnen AB und A′B′ andererseits eingeschlossene, in der Figur schraffiert angedeutete Teil der reduzierten Belastungsfläche ist gleich den positiven und negativen Zuwachsen $\pm\Delta\hat{V}_A = \pm\hat{H}\tan g\alpha$ der vertikalen Stützendruckskomponenten $\hat{V}_A$ und $\hat{V}_B$ in den Grenzvertikalen der reduzierten Belastungsfläche durch die Stützpunkte A, B, bezw. A′, B′ der zugehörigen Mitteldruckskurven.

Aus vorstehenden 4 Sätzen folgt, dass die Mitteldruckskurvengleichungen und die Gleichungen zur Bestimmung der Vertikalneigungen der Kurven-Normalen in Bezug auf das rechtwinkelige Koordinatensystem der Figur 8a, welche für horizontale Lage der Stützpunktsehne von der allgemeinen Form:

149. $$y = f(x) \cdot h \text{ und } \tan g\varphi_x = \frac{d\,f(x)}{dx} \cdot h$$

sind, für unter dem Winkel α gegen den Horizont geneigte Lage der Stützpunktsehne und gleichen Wert des zugehörigen Horizontalschubs folgende Formen annehmen:

150. $$y = f(x) \cdot h \pm x\tan g\alpha,\ \tan g\varphi_x = \frac{dy}{dx} = \frac{d\,f(x)}{dx} \cdot h \pm \tan g\alpha.$$

Digitized by Google

Der Wert des zugehörigen Horizontalschubs für beliebige Belastung steigender parabolischer Tonnengewölbe wird nach dem Grundgesetze des Horizontalschubs versteifter Tragbögen kontinuierlichen Systems (vid. erstzitierte Druckschrift, Seite 12, lit. c) aus der Relation

$$\hat{H} = \frac{\hat{V}_A}{\text{tang}\varphi_{A'} \mp \text{tang}\alpha} \qquad 151.$$

berechnet, in welcher $\hat{V}_A$ die vertikale Komponente des Stützendruckes in A unter der Voraussetzung normaler Stellung der Stützebenen des Gewölbes zur Mitteldruckslinie und horizontaler Lage der Stützpunktsehne der letzteren, wie sie sich aus der Momentengleichung der vertikalen Kräfte in Bezug auf den Stützpunkt B als Momentenpunkt berechnet, ferner $\varphi_{A'}$ die Vertikalneigung der Stützebene des steigenden Tonnengewölbes in A' bezeichnet. Die Mitteldruckslinie der Belastung geht alsdann in die Profilmittellinie des steigenden parabolischen Tonnengewölbes im engeren Sinne über, wenn die zugehörige reduzierte Belastungsfläche diejenige der ständigen Gewölbebelastung ist.

Die Figuren 8^a und 8^b sind für ein parabolisches Gewölbe von 8 m Stützweite und 3 m Pfeilhöhe der zugehörigen Profilmittellinie mit oben horizontal abgeglichener reduzierter Belastungsfläche (Figur 8^c) genau berechnet und entspricht diese graphische Darstellung den Regeln der graphischen Statik.

Scheitelgleichung der Begrenzungsparabel der reduzierten Belastungsfläche, Figur 1^c:

$$y = \frac{3{,}5}{4^2} x^2 = 0{,}21875\, x^2,$$

Gleichungen der Profilmittellinie, Figuren 1^a und 1^b:

a. für horizontale Stützpunktsehne $y = x^2 (0{,}00432\, x^2 + 0{,}1184)$
b. „ steigende „ $y = x^2 (0{,}00432\, x^2 + 0{,}1184) \pm 0{,}2375\, x$ } 152.

$$\hat{V}_A = (\tfrac{1}{3} \cdot 3{,}5 + 1)\, 4 = 8{,}667 \text{ qm}; \quad \hat{H} = \left(\frac{3{,}5 + 6}{12 \cdot 3}\right) 4^2 = 4{,}222 \text{ qm};$$

$$\text{tang}\alpha = \frac{0{,}95}{4} = 0{,}2375$$

Der Beweis für die Richtigkeit der vorstehenden 4 Sätze und der zugehörigen statisch-mathematischen Relationen folgt aus der vergleichenden Betrachtung der Mitteldruckslinien der Figur 8^a mit dem zugehörigen Kräftepolygon 8^b unter Beachtung des Grundgesetzes des Horizontalschubs von selbst.

Digitized by Google

Unter Anwendung der voraufgestellten allgemeinen Relationen erfolgt nun die Berechnung und Konstruktion der Profile der steigenden parabolischen Tonnengewölbe im übrigen ganz nach dem für parabolische Tonnengewölbe mit horizontaler Stützpunktsehne entwickelten Verfahren; nur möchte ich noch bemerken, dass für Berechnung der Abnahme der Vertikalprojektionen der normalen Gewölbstärken vom Gewölbscheitel bis hinab zu den beiderseitigen Kämpferfugen sämtlicher Nebengewölbe, für welche eine solche Abnahme aus leicht ersichtlichen Gründen ganz besonders indiziert ist, von den beiden sub 73 aufgestellten Gleichungen wegen der stärkeren Krümmung der bezüglichen Profilmittellinien, statt der zweiten, die erste gewählt wurde.

XIV. Kapitel.

Berechnung der parabolischen Sparbögen über dem Haupttragbogen der Bahnüberbrückung und der zugehörigen Beanspruchungen der Zwischenpfeiler.

Hierzu Figuren 10ª, 10ᵇ, 11 und Tabelle VI.

Die Grundgleichungen für diese Berechnungen sind sub 29—41 und sub 73 angegeben. Setzt man für die Sparbögen plangemäss (vid. Brückenplan):

153. $b_o = 1\,m$ $c = 0$, $d = 0{,}5\,m$, $s_u = 0{,}5\,m$, $v_s = 0{,}10\,m$, $q'_o = 0{,}15\,m$ für $a = s$ sub 73, so berechnet sich für h folgender Wert:

154. $$h = d + \tfrac{1}{2}(q'_o - q_o) = 0{,}50 + 0{,}025 = 0{,}525\ m$$

und nach Einsetzung der Werte sub 153 und 154 in Gleichung 38 gesuchte halbe Spannweite der Profilmittellinie:

155. $$s = 0{,}25 + \sqrt{2 \,.\, 0{,}1 \,.\, 0{,}525 \left(\frac{0{,}5+3}{0{,}5+6}\right) + \tfrac{1}{4}\,0{,}5^2} = 0{,}595\ m.$$

Durch Einsetzung der Werte sub 153—155 in die Relationen 36 erhält man ferner:

156. $$A = \frac{0{,}525 \,.\, 0{,}5}{0{,}595^4 (0{,}5+6)} = 0{,}3223 \text{ und } B = \frac{6 \,.\, 0{,}525}{0{,}595^2 (0{,}5+6)} = 1{,}3690,$$

sowie wegen $\tan\alpha = 0{,}04$ Gleichung der gesuchten Profilmittellinie für ein rechtwinkeliges Koordinatensystem, dessen Ordinatenaxe die Halbierungsvertikale der Stützweite und dessen Ursprung der Schnittpunkt dieser Halbierungsvertikalen mit der Profilmittellinie ist, nach den Ziffern 34, 150 und 156:

157. $$y = x^2 (0{,}3223\, x^2 + 1{,}3690) \pm 0{,}04\, x.$$

Digitized by Google

Ferner zugehörige Gleichung für Bestimmung der Vertikalneigungen der Kurven-Normalen:

$$\text{tang}\,\varphi_x = \frac{dy}{dx} = x\,(1{,}2892\,x^2 + 2{,}738) \pm 0{,}04. \qquad 158.$$

Für Berechnung der abnehmenden Werte von v_x endlich hat man nach Ziffer 73 die Gleichung:

$$v_x = 0{,}15\,(1 - \frac{0{,}333}{0{,}595}\,x) = 0{,}15\,(1 - 0{,}560\,x). \qquad 159.$$

Die aus den Gleichungen 157—159 berechneten Bestimmungsgrössen des Bogenprofils sind in Tabelle VI zusammengestellt.

Tabelle VI

zur Berechnung und Konstruktion des Gewölbeprofils der Sparbögen über dem Hauptbrückenbogen.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Lfde. Nr.	x	Für horizontale Lage der Stützpunktsehne		v_x	$+0{,}01\,x$	Für geneigte Lage der Stützpunktsehne			
						Linke (rechte) Bogenhälfte		Rechte (linke) Bogenhälfte	
		y_x	tang φ_x			y_x	tang φ_x	y_x	tang φ_x
	m	m		m	m	m		m	
1.	0	0	0	0,1500	0	0	0,0100	0	−0,040
2.	0,100	0,0137	0,2751	0,1416	± 0,001	0,0177	0,3150	0,0097	0,2350
3.	0,200	0,0553	0,5580	0,1332	± 0,008	0,0633	0,5981	0,0473	0,5180
4.	0,300	0,1258	0,8562	0,1248	± 0,012	0,1378	0,8962	0,1138	0,8162
5.	0,400	0,2273	1,1777	0,1164	± 0,016	0,2433	1,2177	0,2113	1,1377
6.	0,500	0,3624	1,5300	0,1080	± 0,020	0,3824	1,5700	0,3124	1,4900
7.	0,595	0,5250	1,9006	0,1000	± 0,024	0,5490	1,9406	0,5010	1,8606

Das mit Hilfe der Tabelle VI konstruierte parabolische Gewölbeprofil der ansteigenden Sparbögen über dem Hauptbrückenbogen ist samt den zugehörigen Konstruktionslinien, welche die Gestalt der Evolute der Profilmittellinie deutlich erkennen und den Krümmungsradius im Bogenscheitel durch Messung bestimmen lassen, in Figur 11 dargestellt. Rechnerisch wird der Krümmungsradius im Scheitel der Profilmittellinie nach Ziffer 39, wie folgt bestimmt:

$$\varrho_0 = \frac{1}{2B} = \frac{1}{2\,.\,1{,}369} = 0{,}365 \text{ m}. \qquad 160.$$

Dieser Krümmungsradius ist wegen $B^3 - A = 1{,}369^3 - 0{,}3223 > 0$ gemäss Ziffer 41 ein absolutes Minimum, wie auch Figur 11 zeigt.

Digitized by Google

Die Berechnung der grössten Kantenspannungen im Bogenscheitel wird hier nach dem Grundgesetze des Horizontalschubs unter der Voraussetzung durchgeführt, dass auf den Gewölbescheitel ausser der ständigen Belastung eine konzentrierte Verkehrslast von 7 t drücke (red. $0{,}114 \cdot 7 = 0{,}798$ qm).

Wir erhalten alsdann nach Ziffer 111—114

161.
$$\left\{\begin{array}{l} \hat{V}_A = 0{,}399 \text{ qm}; \; \hat{H}_v = \dfrac{0{,}399}{1{,}9006} = \text{rund } 0{,}210 \text{ qm}; \\ h' = \dfrac{0{,}399 \cdot 0{,}595}{0{,}21} = 1{,}130 \text{ m} \\ \hat{H}_v (h' - h) = 0{,}210 \, (1{,}130 - 0{,}525) = 0{,}127 \text{ cbm}, \\ \text{ferner nach Ziffer 29: } \hat{H}_p = \left(\dfrac{0{,}5 + 6}{12 \cdot 0{,}525}\right) 0{,}595^2 = 0{,}365 \text{ qm}. \\ \text{Daher } \hat{H} = 0{,}365 + 0{,}210 = 0{,}575 \text{ qm}. \end{array}\right.$$

162. Demgemäss $e_o = \dfrac{0{,}127}{0{,}575} = 0{,}223$ m, $\hat{b}_o = \dfrac{0{,}575 \cdot 2{,}2}{0{,}15 \cdot 10} = 0{,}843$ at.

und gesuchte grösste Kantenspannungen im Bogenscheitel:

163. $\text{Max}\,\hat{b}_o = -0{,}843 \left(1 + \dfrac{6 \cdot 0{,}223}{0{,}150}\right) = -8{,}363$ at.; $\text{Max}\,\hat{a}_o = +6{,}677$ at.

Berechnet man die Grössen h' und $\hat{H}_v$ dagegen nach dem Princip der sichersten Mitteldruckslinie, so ergiebt sich für $x = \pm 0{,}3$ m, wie man sich durch Berechnung der sichersten Mitteldruckslinie der Last $\hat{P} = 7$ t überzeugen kann, ein zweiter gefährlicher Querschnitt in jedem Bogenschenkel und man erhält zunächst für die ursprüngliche Mitteldruckslinie die Werte:

164.
$$\left\{\begin{array}{l} \hat{V}_A = 0{,}398 \text{ qm}, \; \hat{H}_v = \dfrac{-0{,}398 \cdot 0{,}595}{2 \cdot 0{,}525} = -0{,}203 \text{ qm}, \\ \text{tang}\,\varphi'_A = \dfrac{0{,}398}{0{,}2254} = 1{,}7644 \text{ und} \\ h' = \text{stang}\,\varphi'_A = 0{,}595 \cdot 1{,}7644 = 1{,}050 \text{ m}. \end{array}\right.$$

Für die sicherste Mitteldruckslinie der Last $\hat{P} = 7$ t berechnen sich sodann folgende Werte:

165.
$$\left\{\begin{array}{l} c' = 0{,}5683, \; h'' = 0{,}5683 \cdot 1{,}05 = 0{,}5964 \text{ m und} \\ \hat{H}'_v = \dfrac{-0{,}203}{0{,}5683} = -0{,}357 \text{ qm}. \end{array}\right.$$

Daher Gesamthorizontalschub

166.
$$\left\{\begin{array}{l} \hat{H}' = 0{,}365 + 0{,}357 = 0{,}722 \text{ qm}, \\ e_o = \dfrac{0{,}357 \cdot (0{,}5964 - 0{,}525)}{0{,}722} = 0{,}0353 \text{ m und} \\ b_o = \dfrac{-0{,}722 \cdot 2{,}2}{0{,}15 \cdot 10} = -1{,}058 \text{ at}. \end{array}\right.$$

Digitized by Google

Durch Einsetzung der Werte von $\hat{b}_o$ und e_o sub 166 in die Relationen 5 erhält man endlich

$$\text{Max}\,\hat{b}_o = -1{,}058\left(1+\frac{6.0{,}0353}{0{,}15}\right) = -1{,}494\,\text{at.},\ \text{Max}\,\hat{a} = +0{,}436\,\text{at.} \quad 167.$$

Diese Werte sind zwar sehr klein, aber wegen zu grossen Wertes von $\Delta\varphi_A$ jedenfalls nicht der Wirklichkeit entsprechend. Man erhält nämlich aus den Werten von $\hat{H}$ und $\hat{H}'$ sub 161 und 166 die Verhältniszahl $k = \frac{0{,}575}{0{,}722} = 0{,}7964$. Nun haben wir nach Tabelle VI Spalte 4

$$\left.\begin{array}{l} \text{tang}\,\varphi_A = 1{,}9006 \text{ und daher } \text{tang}\,\varphi'_A = 0{,}7964 . 1{,}9006 = 1{,}5136 \\ 1{,}9006 = \text{tang } 62^0\ 14'\ 56'' \\ 1{,}5136 = \ \ \

b. Pfeilergewicht $\hat{G}_2 = 2{,}2[4 \,.\, 3{,}8 \,.\, 0{,}4 - (\frac{2}{3} \,.\, 1{,}6 \,.\, 0{,}8 + 1{,}6 \,.\, 1{,}3) \,.\, 0{,}4]$
$= 10{,}64$ t.

169. Daher $\hat{G}_1 + \hat{G}_2 = 17{,}27 + 10{,}64 = 27{,}91$ t.
Dieses Gewicht wirkt auf eine Pfeilerbasis von $2 \times 1{,}2 = 2{,}4$ m Länge, daher Druck pro lfd. m $\frac{\hat{G}_1 + \hat{G}_2}{2{,}4} = \frac{27{,}91}{2{,}4} = 11{,}63$ t

170. und $$\hat{b} = \frac{11{,}63 \,.\, 2{,}2}{0{,}4 \,.\, 10} = 2{,}908 \text{ at.}$$

Behufs Berechnung der grössten specifischen Beanspruchungen in den Kanten der Pfeilerbasis bei einer Pfeilerhöhe = 2,48 m an der längsten Pfeilerkante nehmen wir an, dass im Scheitel des rechtsseitigen Sparbogens eine konzentrierte Last von 7 t und ausserdem keine weitere veränderliche Belastung wirke.

Die Resultante $\hat{R}$ der auf die Pfeilerbasis wirkenden Kräfte, welche sich nach Massgabe des Parallelogramms der Kräfte aus der Vertikalkraft

169ª. $\hat{G}'_1 + \hat{G}_2 = [2{,}2 \,.\, 4\,(\frac{1}{3} \,.\, 0{,}5 + 1) + 3{,}5] + 10{,}64 = 24{,}41$ t

und dem Horizontalschub der veränderlichen Belastung nach

171. Ziffer 161 $\hat{H}_v = 0{,}210 \,.\, 4 \,.\, 2{,}2 = 1{,}848$ t

zusammensetzt, geht (Figuren 10ª und 10ᵇ) durch den Schnittpunkt C der zu den Stützebenen der anstossenden Sparbögen normalen Kämpferdrucksresultanten dieser Sparbögen hindurch und zwar liegt dieser Schnittpunkt C aus geometrischen Gründen in der die Stützpunktsehne AB vertikal halbierenden Pfeileraxe in einer Tiefe CD $= \frac{1}{2}$ AB tang$\varphi_A = 0{,}105 \,.\, 1{,}90 = 0{,}20$ m unter der Sehne AB. Seil- und Kräftepolygon dagegen sind in der Figur in genauer Konstruktion dargestellt. Die Vertikalneigung ψ der Kräfteresultanten $\dot{R}$ berechnet sich, wie folgt:

172. $$\text{tang}\,\psi = \frac{\hat{H}_v}{\hat{G}'_1 + \hat{G}_2} = \frac{1{,}852}{24{,}41} = 0{,}076.$$

Die Excentricität e der Druckresultanten in der Pfeilerbasis berechnet sich folgendermassen:

173. $e = CE \,\text{tang}\,\psi = (2{,}48 + 0{,}05 - 0{,}20) \,.\, 0{,}076 = 0{,}177$ m.

Der Gesamt-Vertikaldruck $\hat{G}'_1 + \hat{G}_2 = 24{,}41$ t wirkt auf eine Basislänge = 2,4 m, daher Druck auf 1 m Basislänge $= \frac{24{,}41}{2{,}4}$ $= 10{,}17$ t und Druck pro Flächeneinheit bei 0,40 m Basisbreite:

174. $$\hat{b} = \frac{10{,}17}{0{,}4} = 25{,}4 \text{ t pro qm} = 2{,}54 \text{ at.}$$

Digitized by Google

Sonach berechnen sich folgende Maximalbeanspruchungen der Basiskanten:

$$\text{Max}\,\hat{b} = -2{,}54\,(1 + \frac{6 \cdot 0{,}177}{0{,}40}) = -9{,}28\,\text{at.};\quad \text{Max}\,\hat{a} = +4{,}20\,\text{at.} \qquad 175.$$

Diese Maximalbeanspruchungen, mehr als 12facher Sicherheit gegen Druck und 4½facher Sicherheit gegen Zug entsprechend, können, zumal sie in Wirklichkeit nur selten erreicht werden dürften, als vollkommen zulässig erachtet werden.

XV. Kapitel.

Berechnung der parabolischen Stirnflügelgewölbe und der zugehörigen grössten Pfeilerbeanspruchungen.

Hierzu Figuren 9, 10ᵃ, 10ᵇ und Tabelle VII.

Zur Berechnung der Profilform der Stirnflügelgewölbe sind plangemäss folgende Werte der zugehörigen Bestimmungsgrössen in die betreffenden allgemeinen Relationen 29—41 und 73 einzusetzen:

$$\left.\begin{array}{c} s_u = 1{,}0\ \text{m};\ b_o = 1{,}0\ \text{m};\ c = 0;\ q_o = 0{,}20\ \text{m};\ d = 1{,}0\ \text{m}; \\ v_x = 0{,}12\ \text{m};\ h = 1{,}04\ \text{m};\ \text{tang}\,\alpha = 0{,}04\ \text{m}. \end{array}\right\} \qquad 176.$$

Alsdann erhalten wir aus Gleichung 38 den Wert

$$\left.\begin{array}{c} s = 0{,}5 + \sqrt{2 \cdot 0{,}12 \cdot 1{,}04 \cdot \frac{4}{7} + \frac{1}{4} 1^2} = 1{,}126\ \text{m} \\ \text{und aus den Relationen 36 die Koeffizientenwerte} \\ A = \frac{1{,}04 \cdot 1}{1{,}126^4 \cdot 7} = 0{,}0924;\quad B = \frac{6 \cdot 1{,}04}{1{,}126^2 \cdot 7} = 0{,}703. \end{array}\right\} \qquad 177.$$

Folglich Scheitelgleichung der gesuchten Profilmittellinie für horizontale Stützpunktsehne:

$$y = x^2\,(0{,}0924\,x^2 + 0{,}703) \qquad 178.$$

und entsprechende Gleichung der Profilmittellinie für das gleiche Koordinatensystem und unter dem Winkel α ansteigende Stützpunktsehne: $y = x^2\,(0{,}0924\,x^2 + 0{,}703) \pm 0{,}04\,x.$ 179.

Ferner entsprechende Gleichungen zur Bestimmung der Vertikalneigungen φ_x der Kurven-Normalen:

$$\left.\begin{array}{l} \text{tang}\,\varphi_x = \frac{dy}{dx} = x\,(0{,}3696\,x^2 + 1{,}406) \\ \text{tang}\,\varphi_x = \frac{dy}{dx} = x\,(0{,}3696\,x^2 + 1{,}406) \pm 0{,}04. \end{array}\right\} \qquad 180.$$

Für Berechnung der Vertikalprojektionen der normalen Gewölbstärken besteht nach Ziffer 73 die specielle Bedingungsgleichung:

$$v_x = 0{,}2\,(1 - \frac{0{,}40}{1{,}126}\,x) = 0{,}2\,(1 - 0{,}3552\,x). \qquad 181.$$

Digitized by Google

Die aus den Gleichungen 177—181 berechneten Bestimmungsgrössen sind zusammengestellt in Tabelle VI.

Tabelle VII

zur Berechnung und Konstruktion des Profils der Stirnflügelgewölbe.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Lfde. Nr.	x	Werte für horizontale Lage der Stützpunktsehne		v_x	$\pm 0{,}01\,x$	Werte für geneigte Lage der Stützpunktsehne			
						Linke (rechte) Bogenhälfte		Rechte (linke) Bogenhälfte	
		y_x	$\tan\varphi_x$			y_x	$\tan\varphi_x$	y_x	$\tan\varphi_x$
	m	m		m	m	m		m	
1.	0	0	0	0,2000	0	0	0,0100	0	−0,0100
2.	0,200	0,0283	0,2848	0,1858	± 0,008	0,0360	0,3248	0,0203	0,2448
3.	0,400	0,1148	0,5860	0,1716	± 0,016	0,1308	0,6260	0,0988	0,5460
4.	0,600	0,2650	0,9234	0,1574	± 0,024	0,2890	0,9634	0,2410	0,8834
5.	0,800	0,4878	1,3140	0,1432	± 0,032	0,5198	1,3540	0,4558	1,2740
6.	1,000	0,7954	1,7756	0,1290	± 0,040	0,8354	1,8156	0,7554	1,7356
7.	1,126	1,0400	2,1108	0,1200	± 0,045	1,0850	2,1508	0,9950	2,0708

Das nach Massgabe der Tabelle VII konstruierte parabolische Profil des ansteigenden Stirnflügelgewölbes ist samt allen Konstruktionslinien, aus welchen sich die Gestalt der Evolute der Profilmittelline deutlich ergiebt, in Figur 9 dargestellt.

Für den Krümmungshalbmesser im Bogenscheitel ergiebt sich nach Ziffer 40 der Wert:

182. $$\varrho_0 = \frac{1}{2\,.\,0{,}703} = 0{,}711 \text{ m},$$

welcher, wie auch aus dem Konstruktionsplane, Figur 11, zu ersehen, gemäss Ziffer 41 wegen $B^3 - A = 0{,}703^3 - 0{,}0924 = +0{,}2550$ ein absolutes Minimum ist.

Die grössten specifischen Druck- und Zugspannungen in den Scheitelkanten des Gewölbes berechnen sich nach dem Grundgesetze des Horizontalschubs ganz analog Ziffer 161—163 für die entsprechenden Spannungen der Spargewölbe wie folgt:

183. $$\text{Max}\,\hat{b}_0 = -0{,}990\,(1 + \frac{6\,.\,0{,}263}{0{,}20}) = -8{,}80 \text{ at.}, \quad \text{Max}\,\hat{a} = +6{,}82 \text{ at.}$$

Diese specifischen Maximalspannungen, 13facher Sicherheit gegen Druck und nicht ganz 3facher Sicherheit gegen Zug entsprechend, werden aber in Wirklichkeit deshalb nicht

Digitized by Google

erreicht, weil die wirkliche Lage der Mitteldruckslinie für ungünstigste Belastung eines Tonnengewölbes, wie bereits dargelegt, infolge des Akkommodationsvermögens des Materials stets eine günstigere ist, als sie sich nach dem Grundgesetze des Horizontalschubs berechnet:

Die axialen Beanspruchungen in den Kämpferfugen der Stirnflügelgewölbe berechnen sich für eine veränderliche Last von 7 t im Gewölbscheitel, wie folgt:

$$\left.\begin{array}{l} \hat{H}_p = \frac{(1+6)\,1{,}126^2}{12\,.\,1{,}04} = 0{,}711 \text{ qm}, \quad \hat{H}_v = \frac{0{,}398\,.\,1{,}126}{2{,}1108} = 0{,}1885 \text{ qm}. \\ \text{Daher } \hat{H} = 0{,}711 + 0{,}1885 = 0{,}8995 \text{ qm und} \end{array}\right\} \quad 184.$$

$$\hat{b} = \frac{0{,}8995}{0{,}12} \cdot \frac{2{,}2}{10} = 1{,}65 \text{ at.} \quad 185.$$

Letzterer Wert hätte sich auch unmittelbar aus dem Werte $\hat{b}_{,,} = 0{,}990$ at. durch Multiplikation des letzteren mit dem Faktor $\frac{0{,}20}{0{,}12} = 1{,}667$ berechnen lassen, denn $0{,}990\,.\,1{,}667 = 1{,}65$.

Berechnung der grössten Beanspruchungen in der Pfeilerbasis über der Fundamentschichte und im Baugrunde.

Um die specifischen Beanspruchungen in der Basis des Pfeilers zwischen den beiden nördlichen Stirnbogengewölben, als des höheren dieser beiden Zwischenpfeiler von je 0,6 m Breite zu berechnen, verfahre man ganz analog den Berechnungen in Kapitel XIV. Man erhält alsdann für den axialen Druck, wenn in der Pfeileraxe eine veränderliche Last von 7 t wirkt,

a) in der Pfeilerbasis oberhalb der Fundamentschichte

$$\left.\begin{array}{l} \hat{G}_1 = 2{,}2\,.\,4\,(\frac{1}{3}\,.\,1 + 1)\,2 + 7 = 30{,}45 \text{ t} \\ \hat{G}_2 = 2{,}2\,.\,0{,}6\,[4\,.\,4{,}6 - (\frac{2}{3}\,0{,}8 + 1{,}5)\,.\,1{,}6] = 20{,}00 \text{ t, sohin} \\ \hat{G}_1 + \hat{G}_2 = 50{,}45 \text{ t und Basisfläche } F = 2{,}4 \times 0{,}6 = 1{,}44 \text{ qm}. \end{array}\right\} \quad 186.$$

$$\text{Daher } \hat{b} = \frac{\hat{G}_1 + \hat{G}_2}{F} = \frac{50{,}45}{1{,}44} = 35{,}03 \text{ t pro qm} = 3{,}503 \text{ at.} \quad 187.$$

b) in der Fundamentbasis

$$\left.\begin{array}{l} \hat{G}_1 = 30{,}45 \text{ t}; \quad \hat{G}'_2 = 20{,}00 + 2{,}2\,.\,2{,}4\,(\frac{1+0{,}6}{2})\,.\,0{,}6 = 22{,}53 \text{ t}. \\ \hat{G}_1 + \hat{G}'_2 = 30{,}45 + 22{,}53 = 52{,}98 \text{ t und Basisfläche } F' = \\ \qquad 2{,}4\,.\,1{,}0 = 2{,}4 \text{ qm}. \end{array}\right\} \quad 188.$$

$$\text{Folglich } \hat{b} = \frac{\hat{G}_1 + \hat{G}_2}{F'} = 22{,}07 \text{ t pro qm} = 2{,}207 \text{ at.} \quad 189.$$

Digitized by Google

Zur Berechnung der grössten Druck- und Zugspannungen in den Basiskanten des Pfeilers über der Fundamentschichte und in den Basiskanten der Fundamentsohle dienen bezüglich der Buchstabenbezeichnungen und des allgemeinen Berechnungsverfahrens die Figuren 10^a und 10^b als Schema des massgebenden Kräftezuges, nachdem sich die nachfolgenden Berechnungen von den entsprechenden Berechnungen des Kapitels XIV dem Wesen nach nicht unterscheiden.

Wir erhalten demgemäss

a) für die Pfeilerbasis oberhalb der Fundamentschichte

190. $$\begin{cases} \hat{G}'_1 = 2{,}2 \,.\, 4 \,.\, 2 \,.\, (\tfrac{1}{3} \,.\, 1 + 1) + 3{,}5 = 26{,}95 \text{ t}; \; \hat{G}_2 = 20 \text{ t}, \text{ sohin} \\ \hat{G}'_1 + \hat{G}_2 = 26{,}95 + 20{,}00 = 46{,}95 \text{ t} \end{cases}$$

und Horizontalschub der veränderlichen Belastung nach Ziffer 184

191. $$\begin{cases} \hat{H}_v = 0{,}1885 \,.\, 4 \,.\, 2{,}2 = 1{,}659, \text{ sohin} \\ \operatorname{tang} \psi = \dfrac{1{,}659}{46{,}95} = 0{,}0353. \end{cases}$$

Die Excentricität der Druckresultanten in der Pfeilerbasis berechnet sich nun, wie folgt:

Pfeilerhöhe bis zum Gewölbkämpfer der Stirnflügelgewölbe = 2,70 m

192. $$\begin{cases} CD = \tfrac{1}{2} AB \operatorname{tang} \varphi_A = (0{,}300 - 0{,}126) \,.\, 2{,}1108 = 0{,}367 \text{ m}, \\ e = CE \operatorname{tang} \psi = (2{,}700 + 0{,}060 - 0{,}367) \,.\, 0{,}0353 = 0{,}0845 \text{ m} \end{cases}$$

193. und specifischer Axialdruck $\hat{b} = \dfrac{46{,}95}{2{,}4 \,.\, 0{,}6} = 32{,}6$ t pro qm $= 3{,}26$ at.,

folglich gesuchte Kantenspannungen ad a:

194. $$\operatorname{Max} \hat{b} = -3{,}26 \left(1 + \frac{6 \,.\, 0{,}0845}{0{,}6}\right) = -6{,}015 \text{ at.}, \; \operatorname{Min} \hat{b} = -0{,}505 \text{ at.}$$

b) für die Fundamentsohle des Pfeilers

195. $$\begin{cases} \hat{G}'_1 = 26{,}95 \text{ t}; \; \hat{G}'_2 = 20 + 2{,}4 \,.\, 2{,}2 \,.\, 0{,}6 \left(\dfrac{1{,}0 + 0{,}6}{2}\right) = 22{,}534 \text{ t} \\ \hat{G}'_1 + \hat{G}'_2 = 26{,}950 + 22{,}534 = 49{,}484 \text{ t}. \end{cases}$$

196. $$\begin{cases} \text{Ferner gemäss 191 und 195: } \operatorname{tang} \psi = \dfrac{1{,}6590}{49{,}484} = 0{,}0335 \text{ und} \\ \text{specifischer Axialdruck } \hat{b} = \dfrac{49{,}484}{2{,}4 \,.\, 1{,}0} = 20{,}62 \text{ t pro qm} = 2{,}062 \text{ at.}, \end{cases}$$

sowie Excentricität der Druckresultanten in der Fundamentsohle

197. $e = CE \operatorname{tang} \psi = (3{,}30 + 0{,}060 - 0{,}367) \,.\, 0{,}0335 = 0{,}100$ m.

Folglich gesuchte Kantenspannungen in der Fundamentsohle

198. $$\operatorname{Max} \hat{b} = -2{,}062 \left(1 + \frac{6 \,.\, 0{,}100}{1{,}00}\right) = -3{,}299 \text{ at.}; \; \operatorname{Min} \hat{b} = -0{,}825 \text{ at.}$$

Digitized by Google

Nach vorstehendem kommen also bei diesen Zwischenpfeilern Zugspannungen überhaupt nicht vor und die grössten specifischen Kantendrücke im Mauerwerk aus Stampfbeton entsprechen 20facher Sicherheit, während sie in der Fundamentsohle den grösstzulässigen Druck von 4 at. nicht erreichen.

Zur Vervollständigung der statischen Berechnung der Stirnflügelgewölbe ist auch noch der specifische Druck derselben auf die Fundamentsohlen der äusseren Gewölbschenkel an beiden Brückenenden zu berechnen und genügt es hier für unseren Zweck, die betreffende Berechnung für den an die nördliche Dammschüttung anstossenden, als den längeren der beiden in Betracht kommenden Gewölbschenkel durchzuführen.

Der Druck auf die Fundamentbasis setzt sich hier zusammen aus dem Horizontalschub für grösste symmetrische Vollbelastung des Stirnflügelgewölbes nach Ziffer 184 $\hat{H} = 0{,}8995$ qm und aus der Gesamtbelastung des Gewölbschenkels inkl. des darauf treffenden Teiles der Dammschüttung im Gesamtwert: red. $\hat{G} = 4{,}630$ qm.

Daher Normalkraft auf 1 m Länge der Fundamentbasis

$$\text{red. } \hat{R} = \sqrt{4{,}630^2 + 0{,}8995^2} = 4{,}720 \text{ qm.} \qquad 199.$$

Die Breite der Fundamentbasis beträgt nach Plan 0,85 m. Daher, da voraussetzungsgemäss (erstzitierte Druckschrift des Verfassers Kap. III u. XIII) die Mitteldruckslinie der Gewölbbelastungen durch den Schwerpunkt der Stützebene des betreffenden Gewölbschenkels hindurchgeht, specifischer Druck auf die Flächeneinheit der Fundamentbasis des Gewölbschenkels.

$$\hat{b} = \frac{4{,}720 \cdot 2{,}2}{0{,}85 \cdot 10} = 1{,}221 \text{ at.} \qquad 200.$$

Die angenommene Breite der Fundamentbasis ist demgemäss bei der guten Beschaffenheit des Baugrundes mehr als reichlich genügend.

XVI. Kapitel.

Berechnung der parabolischen Überwölbung der Pfeilerdurchbrechungen.

Hierzu Figur 12 und Tabelle VIII.

Hier wurde als für alle derartigen Gewölbe massgebend die Berechnung lediglich für die Durchbrechung der schwächsten Pfeiler, nämlich der 0,4 m starken Spargewölbepfeiler über dem Hauptbrückenbogen durchgeführt und die berechneten

Digitized by Google

Gewölbprofile alsdann für sämtliche Pfeilerdurchbrechungen angewendet.

Für die reduzierte Belastungshöhe im Bogenscheitel berechnet sich nach Plan unter Hinzurechnung einer reduzierten Belastungshöhe der grössten veränderlichen Belastung = 0,260 m zum Eigengewichte der Bogenbelastung der Wert:

201. $$b'_o = \frac{1{,}4\ (1{,}5 + 0{,}26) - \frac{2}{3}\ 1{,}0\ .\ 0{,}5}{0{,}4} + 0{,}20 = 5{,}6\ \text{m}.$$

202. Ferner sind nach Plan gegeben die Grössen: $s_u = 0{,}8\,\text{m}$, $d = 0{,}8\,\text{m}$, $c = 0$, $q_u = 0{,}15$, $v_u = 0{,}10\,\text{m}$, $h = 0{,}8 + \frac{0{,}15 - 0{,}10}{2} = 0{,}825\,\text{m}$.

Nach Gleichung 38 berechnet sich daher für die halbe Stützweite der Profilmittellinie der Wert:

203. $$s = 0{,}4 + \sqrt{2\ .\ 0{,}1\ .\ 0{,}8\ \frac{(0{,}8 + 3\ .\ 5{,}6)}{(0{,}8 + 6\ .\ 5{,}6)} + 0{,}4^2} = 0{,}894\ \text{m}.$$

Daher nach Ziffer 36 Koeffizientenwerte der gesuchten Scheitelgleichung

204. $$\begin{cases} A = \dfrac{0{,}825}{0{,}894^4\ (0{,}80 + 6\ .\ 5{,}60)} = 0{,}03072; \\ B = \dfrac{6\ .\ 0{,}825\ .\ 5{,}60}{0{,}894^2\ (0{,}80 + 6\ .\ 5{,}60)} = 1{,}0085 \end{cases}$$

und Scheitelgleichung der Profilmittellinie:

205. $$y = x^2\ (0{,}03072\ x^2 + 1{,}0085),$$

sowie Gleichung zur Berechnung der Vertikalneigungen φ_x der Kurven-Normalen:

206. $$\text{tang}\,\varphi_x = \frac{dy}{dx} = x\ (0{,}12288\ x^2 + 2{,}0170).$$

Ferner Gleichung zur Berechnung der Vertikalprojektionen v_x der normalen Gewölbstärken nach Ziffer 73:

207. $$v_x = 0{,}15\ \left(1 - \frac{0{,}333}{0{,}894}\,x\right) = 0{,}15\ (1 - 0{,}3725\ x).$$

Das unter Zugrundelegung der Gleichungen 204 — 206 berechnete und konstruierte Bogenprofil ist in Figur 12 dargestellt und die zugehörigen Bestimmungsgrössen in Tabelle VIII übersichtlich zusammengestellt.

Der Krümmungshalbmesser im Bogenscheitel der Profilmittellinie berechnet sich nach Ziffer 36 und 204, wie folgt:

208. $$\varrho_o = \frac{1}{2\ .\ 1{,}0085} = 0{,}496\ \text{m}.$$

Derselbe ist nach Ziffer 41 wegen $1{,}0085^3 - 0{,}03072 > 0$ ein absolutes Minimum.

Digitized by Google

Tabelle VIII

zur Berechnung und Konstruktion der parabolischen Gewölbeprofile der Pfeilerdurchbrechungen.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
Lfde. Nr.	x m	y (Ziffer 204) m	tang φ_x (Ziffer 205)	$\sec^2 \varphi_x$	$\sec \varphi_x$	v_x m	$x_x \sec^2 \varphi_x = \mathfrak{y}_x$ m	$v_x \sec \varphi_x = q_x$ m
1.	0	0	0	1,0000	1,0000	0,150	0,1500	0,1500
2.	0,100	0,0101	0,2018	1,0407	1,0204	0,144	0,1499	0,1469
3.	0,200	0,0404	0,4044	1,1635	1,0787	0,139	0,1617	0,1499
4.	0,300	0,0910	0,6084	1,3702	1,1705	0,133	0,1827	0,1557
5.	0,400	0,1621	0,8147	1,6637	1,2898	0,127	0,2113	0,1638
6.	0,500	0,2540	1,0238	2,0482	1,4311	0,122	0,2499	0,1746
7.	0,600	0,3670	1,2366	2,5292	1,5904	0,116	0,2934	0,1845
8.	0,700	0,5015	1,4539	3,1138	1,7646	0,111	0,3456	0,1959
9.	0,800	0,6580	1,6765	3,8165	1,9521	0,105	0,4007	0,2050
10.	0,894	0,8250	1,8910	4,5759	2,2307	0,100	0,4576	0,2231

Zugehöriger Horizontalschub nach Ziffer 40:

$$\hat{H} = \varrho_o \, b'_o = 0{,}496 \cdot 5{,}60 = 2{,}777 \text{ qm.} \qquad 209.$$

Der gleiche Wert des Horizontalschubs berechnet sich auch aus Relation 29 nach Einsetzung der Werte sub 202 und 203, wie folgt:

$$\hat{H} = \frac{(0{,}8 + 6 \cdot 5{,}60)}{12 \cdot 0{,}825} \cdot 0{,}894^2 = 2{,}777 \text{ qm.} \qquad 210.$$

Daher specifischer Druck im Gewölbscheitel

$$\hat{b}_o = \frac{2{,}777 \cdot 2{,}2}{0{,}15 \cdot 10} = 4{,}073 \text{ at.}$$

und specifischer Druck in den beiden Kämpferfugen

$$\hat{b}_u = \frac{2{,}777 \cdot 2{,}2}{0{,}10 \cdot 10} = 6{,}110 \text{ at.} \qquad 211.$$

specifische Drücke, welche bezw. 30- und 20facher Sicherheit entsprechen. Excentrische Beanspruchungen des Bogenmaterials durch die Wirkung veränderlicher Verkehrsbelastungen dürften hier einerseits wegen überwiegender ständiger Belastung durch das Eigengewicht des darauf lastenden Brückenmaterials, andererseits wegen Fehlens der konzentrierten Last im Bogenscheitel nicht in Betracht kommen.

Digitized by Google

XVII. Kapitel.

Entwicklung allgemeiner Relationen zur Berechnung der Flächeninhalte parabolischer Tonnengewölbe-Profile.

A. Näherungsrelationen.

Die Flächeninhalte parabolischer Tonnengewölbe-Profile können in verschiedener Weise mehr oder minder genau berechnet werden. Für Kostenanschläge dürfte es vollständig genügen, zu diesen Berechnungen die bekannten Relationen für näherungsweise Berechnung bestimmter Integrale anzuwenden, indem man das Profil jedes der beiden Bogenschenkel durch gleichweit voneinander entfernte Vertikalen in gleichbreite Streifen zerlegt denkt, und es wird sich später zeigen, dass diese Berechnungsart auch für genauere Bestimmungen des Flächeninhalts eines parabolischen Bogenprofils benützt werden kann, wenn man bei einer hinreichenden Anzahl von Teilungsvertikalen die Höhen der Vertikalschnitte zur Vermeidung aller aus unvermeidlichen Zeichnungs- und Messungsungenauigkeiten entspringenden Fehler in gewisser einfacher Weise berechnet, statt sie aus dem Konstruktionsplane herauszumessen.

Bezeichnet man die Längen der vertikalen Seiten der einzelnen Streifen, in welche das Gewölbeprofil zerlegt wurde, vom Bogenscheitel ausgehend nacheinander mit $\mathfrak{h}_0$, $\mathfrak{h}_1$, $\mathfrak{h}_2$, ... $\mathfrak{h}_n$ und die einander gleichen Breiten der Streifen mit Δs, so erhält man den Flächeninhalt des zwischen den Teilungsvertikalen $\mathfrak{h}_0$ und $\mathfrak{h}_n$ befindlichen Teiles der Profilfläche eines Gewölbschenkels am einfachsten annähernd aus folgender Relation

212. $$J = \Delta s \left[\tfrac{1}{2}(\mathfrak{h}_0 + \mathfrak{h}_n) + \mathfrak{h}_1 + \mathfrak{h}_2 + \mathfrak{h}_3 + \ldots . \mathfrak{h}_{n-1}\right].$$

Diese Relation liefert statt des Flächeninhalts der eigentlichen Profilfläche den Flächeninhalt des Polygons, dessen zwischen den Grenzvertikalen $\mathfrak{h}_0$ und $\mathfrak{h}_n$ liegende Seiten durch die den oberen und unteren Begrenzungskurven der einzelnen Streifen zugehörigen Bogensehnen gebildet werden, mit mathematischer Genauigkeit.

Ist die Anzahl der vertikalen Streifen jedes Bogenschenkels eine gerade, so kann man bei gleichen Streifenbreiten noch etwas genauer den Inhalt der gleichen Profilfläche auch aus folgender Relation berechnen, welche die Simpsonsche Formel heisst:

213. $$J = \tfrac{1}{3}\Delta s \left[\mathfrak{h}_0 + \mathfrak{h}_n + 4(\mathfrak{h}_1 + \mathfrak{h}_3 + \mathfrak{h}_5 + \ldots . + \mathfrak{h}_{n-1}) + 2(\mathfrak{h}_2 + \mathfrak{h}_4 + \mathfrak{h}_6 + \ldots . + \mathfrak{h}_{n-2})\right].$$

Digitized by Google

Vorstehende Relation liefert mit mathematischer Genauigkeit den Inhalt einer zwischen den beiden Grenzvertikalen $\mathfrak{y}_0$ und $\mathfrak{y}_n$ befindlichen Fläche, in welcher je 3 nächst aufeinanderfolgende obere und untere Endpunkte der durch die Teilungsvertikalen gebildeten Vertikalschnitte der Profilfläche fortlaufend durch Parabelkurven zweiter Ordnung mit vertikaler Axrichtung verbunden sind, wobei zu bemerken ist, dass durch je 3 nicht in gerader Linie liegende Punkte einer Ebene nur ein einziger derartiger Parabelbogen möglich ist.

Beide Relationen liefern, wie im folgenden Kapitel ziffermässig nachgewiesen werden wird, unter der Voraussetzung richtiger Bestimmung der Längen der Vertikalschnitte in den Teilungsvertikalen schon bei einer beschränkten Anzahl von Vertikalschnitten sehr annähernd richtige Werte für die Flächeninhalte parabolischer Gewölbprofile.

So sehr aber auch immer die nach diesen Relationen berechneten Flächeninhalte von Gewölbprofilen mit den wirklichen Flächeninhalten der letzteren übereinstimmen mögen, so charakterisieren sich die betreffenden Relationen doch insofern lediglich als Näherungsrelationen, als sie nicht den Inhalt der Profilfläche selbst, sondern denjenigen einer substituierten Fläche mathematisch genau bestimmen. Überdies wird auf diese Weise nur der Inhalt einer zwischen zwei Vertikalen eingeschlossenen Profilfläche bestimmt und müssen, wie dies die betreffenden Berechnungsbeispiele des Kapitels XVIII zeigen, zur Berechnung des Flächeninhalts der von Spuren der normalen Stützebenen begrenzten parabolischen Gewölbprofile zu den nach Ziffern 212 und 213 berechneten Profilflächen immer noch gewisse ergänzende Dreiecks- oder Viereckflächen, deren Herausmessen aus dem Plane nicht wohl zu vermeiden sein dürfte, hinzugezählt werden.

Bezeichnet man die Vertikalprojektion der normalen Gewölbstärke eines parabolischen Tonnengewölbes in irgend einem Punkte der Profilmittellinie im Abstande x von der Scheitelvertikalen des Profils mit v_x und die Vertikalneigung der Kurven-Normalen daselbst mit φ_x, so lassen sich die vertikalen Höhen $\mathfrak{y}_x$ der parabolischen Gewölbprofile in den Abständen x von der Scheitelvertikalen des Gewölbprofils mit sehr annähernder Genauigkeit aus folgender allgemeinen Relation berechnen:

$$\mathfrak{y}_x = v_x \sec^2 \varphi_x = v_x (1 + \operatorname{tang}^2 \varphi_x), \qquad 214.$$

eine Berechnungsweise, welche bereits in den Spalten 8 der

Digitized by Google

XVII. Kapitel.

Entwicklung allgemeiner Relationen zur Berechnung der Flächeninhalte parabolischer Tonnengewölbe-Profile.

A. Näherungsrelationen.

Die Flächeninhalte parabolischer Tonnengewölbe-Profile können in verschiedener Weise mehr oder minder genau berechnet werden. Für Kostenanschläge dürfte es vollständig genügen, zu diesen Berechnungen die bekannten Relationen für näherungsweise Berechnung bestimmter Integrale anzuwenden, indem man das Profil jedes der beiden Bogenschenkel durch gleichweit voneinander entfernte Vertikalen in gleichbreite Streifen zerlegt denkt, und es wird sich später zeigen, dass diese Berechnungsart auch für genauere Bestimmungen des Flächeninhalts eines parabolischen Bogenprofils benützt werden kann, wenn man bei einer hinreichenden Anzahl von Teilungsvertikalen die Höhen der Vertikalschnitte zur Vermeidung aller aus unvermeidlichen Zeichnungs- und Messungsungenauigkeiten entspringenden Fehler in gewisser einfacher Weise berechnet, statt sie aus dem Konstruktionsplane herauszumessen.

Bezeichnet man die Längen der vertikalen Seiten der einzelnen Streifen, in welche das Gewölbeprofil zerlegt wurde, vom Bogenscheitel ausgehend nacheinander mit $\mathfrak{y}_0$, $\mathfrak{y}_1$, $\mathfrak{y}_2$, ... $\mathfrak{y}_n$ und die einander gleichen Breiten der Streifen mit Δs, so erhält man den Flächeninhalt des zwischen den Teilungsvertikalen $\mathfrak{y}_0$ und $\mathfrak{y}_n$ befindlichen Teiles der Profilfläche eines Gewölbschenkels am einfachsten annähernd aus folgender Relation

212. $$J = \Delta s \left[\tfrac{1}{2}(\mathfrak{y}_0 + \mathfrak{y}_n) + \mathfrak{y}_1 + \mathfrak{y}_2 + \mathfrak{y}_3 + \ldots . \mathfrak{y}_{n-1}\right].$$

Diese Relation liefert statt des Flächeninhalts der eigentlichen Profilfläche den Flächeninhalt des Polygons, dessen zwischen den Grenzvertikalen $\mathfrak{y}_0$ und $\mathfrak{y}_n$ liegende Seiten durch die den oberen und unteren Begrenzungskurven der einzelnen Streifen zugehörigen Bogensehnen gebildet werden, mit mathematischer Genauigkeit.

Ist die Anzahl der vertikalen Streifen jedes Bogenschenkels eine gerade, so kann man bei gleichen Streifenbreiten noch etwas genauer den Inhalt der gleichen Profilfläche auch aus folgender Relation berechnen, welche die Simpsonsche Formel heisst:

213. $$\left.\begin{aligned} J = \tfrac{1}{3}\Delta s \,[&\mathfrak{y}_0 + \mathfrak{y}_n + 4(\mathfrak{y}_1 + \mathfrak{y}_3 + \mathfrak{y}_5 + \ldots . + \mathfrak{y}_{n-1}) \\ &+ 2(\mathfrak{y}_2 + \mathfrak{y}_4 + \mathfrak{y}_6 + \ldots . + \mathfrak{y}_{n-2})]. \end{aligned}\right\}$$

Digitized by Google

Vorstehende Relation liefert mit mathematischer Genauigkeit den Inhalt einer zwischen den beiden Grenzvertikalen $\mathfrak{h}_0$ und $\mathfrak{h}_n$ befindlichen Fläche, in welcher je 3 nächst aufeinanderfolgende obere und untere Endpunkte der durch die Teilungsvertikalen gebildeten Vertikalschnitte der Profilfläche fortlaufend durch Parabelkurven zweiter Ordnung mit vertikaler Axrichtung verbunden sind, wobei zu bemerken ist, dass durch je 3 nicht in gerader Linie liegende Punkte einer Ebene nur ein einziger derartiger Parabelbogen möglich ist.

Beide Relationen liefern, wie im folgenden Kapitel ziffermässig nachgewiesen werden wird, unter der Voraussetzung richtiger Bestimmung der Längen der Vertikalschnitte in den Teilungsvertikalen schon bei einer beschränkten Anzahl von Vertikalschnitten sehr annähernd richtige Werte für die Flächeninhalte parabolischer Gewölbprofile.

So sehr aber auch immer die nach diesen Relationen berechneten Flächeninhalte von Gewölbprofilen mit den wirklichen Flächeninhalten der letzteren übereinstimmen mögen, so charakterisieren sich die betreffenden Relationen doch insofern lediglich als Näherungsrelationen, als sie nicht den Inhalt der Profilfläche selbst, sondern denjenigen einer substituierten Fläche mathematisch genau bestimmen. Überdies wird auf diese Weise nur der Inhalt einer zwischen zwei Vertikalen eingeschlossenen Profilfläche bestimmt und müssen, wie dies die betreffenden Berechnungsbeispiele des Kapitels XVIII zeigen, zur Berechnung des Flächeninhalts der von Spuren der normalen Stützebenen begrenzten parabolischen Gewölbprofile zu den nach Ziffern 212 und 213 berechneten Profilflächen immer noch gewisse ergänzende Dreiecks- oder Viereckflächen, deren Herausmessen aus dem Plane nicht wohl zu vermeiden sein dürfte, hinzugezählt werden.

Bezeichnet man die Vertikalprojektion der normalen Gewölbstärke eines parabolischen Tonnengewölbes in irgend einem Punkte der Profilmittellinie im Abstande x von der Scheitelvertikalen des Profils mit v_x und die Vertikalneigung der Kurven-Normalen daselbst mit φ_x, so lassen sich die vertikalen Höhen $\mathfrak{h}_x$ der parabolischen Gewölbprofile in den Abständen x von der Scheitelvertikalen des Gewölbprofils mit sehr annähernder Genauigkeit aus folgender allgemeinen Relation berechnen:

$$\mathfrak{h}_x = v_x \sec^2 \varphi_x = v_x (1 + \operatorname{tang}^2 \varphi_x), \qquad 214.$$

eine Berechnungsweise, welche bereits in den Spalten 8 der

Digitized by Google

Gewölbprofile alsdann für sämtliche Pfeilerdurchbrechungen angewendet.

Für die reduzierte Belastungshöhe im Bogenscheitel berechnet sich nach Plan unter Hinzurechnung einer reduzierten Belastungshöhe der grössten veränderlichen Belastung = 0,260 m zum Eigengewichte der Bogenbelastung der Wert:

201. $$b'_o = \frac{1{,}4\ (1{,}5 + 0{,}26) - \frac{2}{3}\ 1{,}0\ .\ 0{,}5}{0{,}4} + 0{,}20 = 5{,}6\ \text{m}.$$

202. Ferner sind nach Plan gegeben die Grössen: $s_u = 0{,}8\,\text{m}$, $d = 0{,}8\,\text{m}$, $c = 0$, $q_u = 0{,}15$, $v_s = 0{,}10\,\text{m}$, $h = 0{,}8 + \frac{0{,}15 - 0{,}10}{2} = 0{,}825\,\text{m}$.

Nach Gleichung 38 berechnet sich daher für die halbe Stützweite der Profilmittellinie der Wert:

203. $$s = 0{,}4 + \sqrt{2\ .\ 0{,}1\ .\ 0{,}8\ \frac{(0{,}8 + 3\ .\ 5{,}6)}{(0{,}8 + 6\ .\ 5{,}6)} + 0{,}4^2} = 0{,}894\ \text{m}.$$

Daher nach Ziffer 36 Koeffizientenwerte der gesuchten Scheitelgleichung

204. $$\begin{cases} A = \dfrac{0{,}825}{0{,}894^4\ (0{,}80 + 6\ .\ 5{,}60)} = 0{,}03072; \\ B = \dfrac{6\ .\ 0{,}825\ .\ 5{,}60}{0{,}894^2\ (0{,}80 + 6\ .\ 5{,}60)} = 1{,}0085 \end{cases}$$

und Scheitelgleichung der Profilmittellinie:

205. $$y = x^2\ (0{,}03072\ x^2 + 1{,}0085),$$

sowie Gleichung zur Berechnung der Vertikalneigungen φ_x der Kurven-Normalen:

206. $$\operatorname{tang}\varphi_x = \frac{dy}{dx} = x\ (0{,}12288\ x^2 + 2{,}0170).$$

Ferner Gleichung zur Berechnung der Vertikalprojektionen v_x der normalen Gewölbstärken nach Ziffer 73:

207. $$v_x = 0{,}15\ \left(1 - \frac{0{,}333}{0{,}894}\ x\right) = 0{,}15\ (1 - 0{,}3725\ x).$$

Das unter Zugrundelegung der Gleichungen 204 — 206 berechnete und konstruierte Bogenprofil ist in Figur 12 dargestellt und die zugehörigen Bestimmungsgrössen in Tabelle VIII übersichtlich zusammengestellt.

Der Krümmungshalbmesser im Bogenscheitel der Profilmittellinie berechnet sich nach Ziffer 36 und 204, wie folgt:

208. $$\varrho_o = \frac{1}{2\ .\ 1{,}0085} = 0{,}496\ \text{m}.$$

Derselbe ist nach Ziffer 41 wegen $1{,}0085^3 - 0{,}03072 > 0$ ein absolutes Minimum.

Digitized by Google

Tabelle VIII

zur Berechnung und Konstruktion der parabolischen Gewölbeprofile der Pfeilerdurchbrechungen.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
Lfde. Nr.	x m	y (Ziffer 204) m	tang φ_x (Ziffer 205)	$\sec^3 \varphi_x$	$\sec \varphi_x$	v_x m	$x_x \sec^3 \varphi_x = \mathfrak{y}_x$ m	$v_x \sec \varphi_x = q_x$ m
1.	0	0	0	1,0000	1,0000	0,150	0,1500	0,1500
2.	0,100	0,0101	0,2018	1,0407	1,0204	0,144	0,1499	0,1469
3.	0,200	0,0404	0,4044	1,1635	1,0787	0,139	0,1617	0,1499
4.	0,300	0,0910	0,6084	1,3702	1,1705	0,133	0,1827	0,1557
5.	0,400	0,1621	0,8147	1,6637	1,2898	0,127	0,2113	0,1638
6.	0,500	0,2540	1,0238	2,0482	1,4311	0,122	0,2499	0,1716
7.	0,600	0,3670	1,2366	2,5292	1,5904	0,116	0,2934	0,1845
8.	0,700	0,5015	1,4539	3,1138	1,7646	0,111	0,3456	0,1959
9.	0,800	0,6580	1,6765	3,8165	1,9521	0,105	0,4007	0,2050
10.	0,894	0,8250	1,8910	4,5759	2,2307	0,100	0,4576	0,2231

Zugehöriger Horizontalschub nach Ziffer 40:

$$\hat{H} = \varrho_0 \, b'_0 = 0{,}496 \cdot 5{,}60 = 2{,}777 \text{ qm.} \qquad 209.$$

Der gleiche Wert des Horizontalschubs berechnet sich auch aus Relation 29 nach Einsetzung der Werte sub 202 und 203, wie folgt:

$$\hat{H} = \frac{(0{,}8 + 6 \cdot 5{,}60)}{12 \cdot 0{,}825} \cdot 0{,}894^2 = 2{,}777 \text{ qm.} \qquad 210.$$

Daher specifischer Druck im Gewölbscheitel

$$\hat{b}_0 = \frac{2{,}777 \cdot 2{,}2}{0{,}15 \cdot 10} = 4{,}073 \text{ at.}$$

und specifischer Druck in den beiden Kämpferfugen

$$\hat{b}_n = \frac{2{,}777 \cdot 2{,}2}{0{,}10 \cdot 10} = 6{,}110 \text{ at.} \qquad 211.$$

specifische Drücke, welche bezw. 30- und 20facher Sicherheit entsprechen. Excentrische Beanspruchungen des Bogenmaterials durch die Wirkung veränderlicher Verkehrsbelastungen dürften hier einerseits wegen überwiegender ständiger Belastung durch das Eigengewicht des darauf lastenden Brückenmaterials, andererseits wegen Fehlens der konzentrierten Last im Bogenscheitel nicht in Betracht kommen.

Digitized by Google

XVII. Kapitel.

Entwicklung allgemeiner Relationen zur Berechnung der Flächeninhalte parabolischer Tonnengewölbe-Profile.

A. Näherungsrelationen.

Die Flächeninhalte parabolischer Tonnengewölbe-Profile können in verschiedener Weise mehr oder minder genau berechnet werden. Für Kostenanschläge dürfte es vollständig genügen, zu diesen Berechnungen die bekannten Relationen für näherungsweise Berechnung bestimmter Integrale anzuwenden, indem man das Profil jedes der beiden Bogenschenkel durch gleichweit voneinander entfernte Vertikalen in gleichbreite Streifen zerlegt denkt, und es wird sich später zeigen, dass diese Berechnungsart auch für genauere Bestimmungen des Flächeninhalts eines parabolischen Bogenprofils benützt werden kann, wenn man bei einer hinreichenden Anzahl von Teilungsvertikalen die Höhen der Vertikalschnitte zur Vermeidung aller aus unvermeidlichen Zeichnungs- und Messungsungenauigkeiten entspringenden Fehler in gewisser einfacher Weise berechnet, statt sie aus dem Konstruktionsplane herauszumessen.

Bezeichnet man die Längen der vertikalen Seiten der einzelnen Streifen, in welche das Gewölbeprofil zerlegt wurde, vom Bogenscheitel ausgehend nacheinander mit $\mathfrak{h}_0$, $\mathfrak{h}_1$, $\mathfrak{h}_2$, ... $\mathfrak{h}_n$ und die einander gleichen Breiten der Streifen mit Δs, so erhält man den Flächeninhalt des zwischen den Teilungsvertikalen $\mathfrak{h}_0$ und $\mathfrak{h}_n$ befindlichen Teiles der Profilfläche eines Gewölbschenkels am einfachsten annähernd aus folgender Relation

212. $$J = \Delta s \left[\tfrac{1}{2}(\mathfrak{h}_0 + \mathfrak{h}_n) + \mathfrak{h}_1 + \mathfrak{h}_2 + \mathfrak{h}_3 + \ldots . \mathfrak{h}_{n-1}\right].$$

Diese Relation liefert statt des Flächeninhalts der eigentlichen Profilfläche den Flächeninhalt des Polygons, dessen zwischen den Grenzvertikalen $\mathfrak{h}_0$ und $\mathfrak{h}_n$ liegende Seiten durch die den oberen und unteren Begrenzungskurven der einzelnen Streifen zugehörigen Bogensehnen gebildet werden, mit mathematischer Genauigkeit.

Ist die Anzahl der vertikalen Streifen jedes Bogenschenkels eine gerade, so kann man bei gleichen Streifenbreiten noch etwas genauer den Inhalt der gleichen Profilfläche auch aus folgender Relation berechnen, welche die Simpsonsche Formel heisst:

213. $$\left.\begin{aligned} J = \tfrac{1}{3}\Delta s \,[&\mathfrak{h}_0 + \mathfrak{h}_n + 4(\mathfrak{h}_1 + \mathfrak{h}_3 + \mathfrak{h}_5 + \ldots . + \mathfrak{h}_{n-1}) \\ &+ 2(\mathfrak{h}_2 + \mathfrak{h}_4 + \mathfrak{h}_6 + \ldots . + \mathfrak{h}_{n-2})]. \end{aligned}\right\}$$

Digitized by Google

Vorstehende Relation liefert mit mathematischer Genauigkeit den Inhalt einer zwischen den beiden Grenzvertikalen η_0 und η_n befindlichen Fläche, in welcher je 3 nächst aufeinanderfolgende obere und untere Endpunkte der durch die Teilungsvertikalen gebildeten Vertikalschnitte der Profilfläche fortlaufend durch Parabelkurven zweiter Ordnung mit vertikaler Axrichtung verbunden sind, wobei zu bemerken ist, dass durch je 3 nicht in gerader Linie liegende Punkte einer Ebene nur ein einziger derartiger Parabelbogen möglich ist.

Beide Relationen liefern, wie im folgenden Kapitel ziffermässig nachgewiesen werden wird, unter der Voraussetzung richtiger Bestimmung der Längen der Vertikalschnitte in den Teilungsvertikalen schon bei einer beschränkten Anzahl von Vertikalschnitten sehr annähernd richtige Werte für die Flächeninhalte parabolischer Gewölbprofile.

So sehr aber auch immer die nach diesen Relationen berechneten Flächeninhalte von Gewölbprofilen mit den wirklichen Flächeninhalten der letzteren übereinstimmen mögen, so charakterisieren sich die betreffenden Relationen doch insofern lediglich als Näherungsrelationen, als sie nicht den Inhalt der Profilfläche selbst, sondern denjenigen einer substituierten Fläche mathematisch genau bestimmen. Überdies wird auf diese Weise nur der Inhalt einer zwischen zwei Vertikalen eingeschlossenen Profilfläche bestimmt und müssen, wie dies die betreffenden Berechnungsbeispiele des Kapitels XVIII zeigen, zur Berechnung des Flächeninhalts der von Spuren der normalen Stützebenen begrenzten parabolischen Gewölbprofile zu den nach Ziffern 212 und 213 berechneten Profilflächen immer noch gewisse ergänzende Dreiecks- oder Viereckflächen, deren Herausmessen aus dem Plane nicht wohl zu vermeiden sein dürfte, hinzugezählt werden.

Bezeichnet man die Vertikalprojektion der normalen Gewölbstärke eines parabolischen Tonnengewölbes in irgend einem Punkte der Profilmittellinie im Abstande x von der Scheitelvertikalen des Profils mit v_x und die Vertikalneigung der Kurven-Normalen daselbst mit φ_x, so lassen sich die vertikalen Höhen η_x der parabolischen Gewölbprofile in den Abständen x von der Scheitelvertikalen des Gewölbprofils mit sehr annähernder Genauigkeit aus folgender allgemeinen Relation berechnen:

$$\eta_x = v_x \sec^2 \varphi_x = v_x (1 + \tan g^2 \varphi_x), \qquad 214.$$

eine Berechnungsweise, welche bereits in den Spalten 8 der

Digitized by Google

Tabellen I und VIII angewendet ist und für genauere Berechnung der Profilflächen an Gewölben nach den Relationen 212 und 213 an Stelle der ungenaueren Messungen aus den Profilplänen heraus stets angewendet werden sollte.

B. Relationen zur mathematisch genauen Berechnung der parabolischen Profilflächen.

Man kann nun aber auch mit Hilfe der Grundgleichungen der Profilmittellinien allgemeine Relationen zur direkten mathematisch genauen Berechnung perabolischer Tonnengewölbe-Profile aufstellen und sollen diese Relationen nachstehend entwickelt werden.

Bezeichnet man ein unendlich kleines Element der Profilmittellinie im Abstande x von der als Ordinatenaxe eines rechtwinkligen Koordinatensystems mit dem Scheitelpunkte S der Profilmittellinie als Ursprung angenommene Scheitelvertikalen des Gewölbeprofils mit dl_x und die normale Gewölbstärke daselbst mit q_x, so ist

215. $$dJ_x = q_x \, dl_x$$

der Flächeninhalt eines zwischen zwei einander unendlich nahen Kurven-Normalen enthaltenen Gewölbstreifens im Abstande x seines Schwerpunktes von der Scheitelvertikalen.

Nach den bisherigen Bezeichnungen ist nun

216. $q_x = q_o \sec \varphi_x$ bezw. $= v_x \sec \varphi_x$ und $dl_x = dx \sec \varphi_x$.

Setzt man diese Werte in Gleichung 215 ein und integriert zwischen den Grenzen $x = o$ und $x = s$, so erhält man folgende allgemeine Grundgleichungen zur Berechnung des gesuchten Flächeninhalts eines parabolischen Gewölbeprofils.

217. $$J_s = q_o \int_o^s dx \sec^2 \varphi_x = q_o \int_o^s dx \, (1 + \tang^2 \varphi_x)$$

218. oder bezw. $$J_s = \int_o^s v_x \, d_x \sec^2 \varphi_x = \int_o^s v_x \, dx \, (1 + \tang^2 \varphi_x).$$

An Stelle der Gleichung 218 kann man mit Rücksicht auf die Gleichungen 73 für $a = s$ folgende für die Intergration geeignetere Gleichungen setzen, welche die allgemeinsten Grundgleichungen für mathematisch genaue Berechnung der Flächeninhalte parabolischer Tonnengewölbe-Profile durch Intergration zwischen bestimmten Grenzen darstellen.

219. $$J_s = q_o \left[\int_o^s dx \, (t + \tang^2 \varphi_x) - \frac{\nu}{s} \int_o^s x \, dx \, (1 + \tang^2 \varphi_x) \right]$$

220. oder $$J_s = q_o \left[\int_o^s dx \, (t + \tang^2 \varphi_x) - \frac{\nu}{s^2} \int_o^s x^2 dx \, (1 + \tang^2 \varphi_x) \right].$$

Digitized by Google

Für konstante Vertikalprojektionen der normalen Fugenschnitte wird $\nu = 0$ und die Grundgleichungen 219 und 220 gehen in die Gleichungen 217 über.

Durch Einsetzung der Werte von tang φ_x für die gegebenen Gleichungen der parabolischen Profilmittellinien von der allgemeinen Form der Gleichung 9 und Ausführung der in den Grundgleichungen 217, 219 und 220 angedeuteten Integrationen lassen sich nun den verschiedenen Gleichungsformen der parabolischen Profilmittellinien entsprechende allgemeine Relationen für mathematisch genaue Berechnung des Flächeninhalts parabolischer Tonnengewölbe-Profile entwickeln, wie folgt: Setzt man nach Ziffer 35 tang $\varphi_x = x\,(4\,A\,x^2 + 2\,B)$, so erhält man auf vorbezeichnete Weise an Stelle der Grundgleichungen 217, 218 und 220 folgende speciellere Grundgleichungen für mathematisch genaue Berechnung der Flächeninhalte parabolischer Tonnengewölbe-Profile, deren Profilmittellinie durch die Scheitelgleichung $y = x^2\,(A\,x^2 + B)$ bestimmt wird.

a) Für konstante Vertikalprojektionen der normalen Gewölbestärken:

$$J_x = q_o s\,[s\,(\tfrac{16}{7}\,A^2\,s^4 + \tfrac{16}{5}\,A\,B\,s^2 + \tfrac{4}{3}\,B^2) + 1]; \qquad 221.$$

b) für nach Massgabe der Gleichungen 73 abnehmende Vertikalprojektionen der normalen Gewölbstärken:

$$J_o = q_o s\,[s\,\{(\tfrac{16}{7} - 2\nu)\,A^2\,s^4 + (\tfrac{16}{5} - \tfrac{8}{3}\,\nu)\,A\,B\,s^2 + (\tfrac{4}{3} - \nu)\,B^2\} + (1 - \tfrac{1}{2}\,\nu)] \text{ oder:} \qquad 222.$$

$$Js = q_o s\,[s^2\,\{(\tfrac{16}{7} - \tfrac{16}{9}\,\nu)\,A^2 s^4 + (\tfrac{16}{5} - \tfrac{16}{7}\,\nu)\,A\,B s^2 + (\tfrac{4}{3} - \tfrac{4}{5}\,\nu)\,B^2\} + (1 - \tfrac{1}{3}\,\nu)] \qquad 223.$$

Ist ferner tang φ_x nach Ziffer 26 durch die Gleichung

$$\text{tang}\,\varphi_x = x\,(6\,A\,x^4 + 4\,B\,x^2 + 2\,C)$$

bestimmt, so gehen die allgemeinen Grundgleichungen 217, 219 und 220 in folgende speciellere Grundgleichungen für mathematisch genaue Berechnung der Flächeninhalte parabolischer Tonnengewölbe-Profile über, deren Profilmittellinien der allgemeinen Gleichungsform: $y = x^2\,(A\,x^4 + B\,x^2 + C)$ entsprechen.

a) Für konstante Vertikalprojektionen der normalen Gewölbstärken:

Digitized by Google

224. $J_s = q_s s \left[s^2 \left\{ \frac{36}{11} A^2 s^8 + \frac{16}{3} AB s^6 + \left(\frac{16}{7} B^2 + \frac{24}{7} AC \right) s^4 + \frac{16}{5} BC s^2 + \frac{4}{3} C^2 \right\} + 1\right];$

b) **für nach Massgabe der Gleichungen 73 abnehmende Vertikalprojektionen der normalen Gewölbstärken:**

225. $J_s = q_s s \left[s^2 \left\{ \left(\frac{36}{11} - 3\nu\right) A^2 s^8 + \left(\frac{16}{3} - 4\nu\right) AB s^6 + \left(\left(\frac{16}{7} - 2\nu\right) B^2 + \left(\frac{24}{7} - 3\nu\right) AC \right) s^4 + \left(\frac{16}{5} - \frac{8}{3}\nu\right) BC s^2 + \left(\frac{4}{3} - \nu\right) C^2 \right\} + \left(1 - \frac{\nu}{2}\right)\right]$ oder

226. $J_s = q_s s \left[s^2 \left\{ \left(\frac{36}{11} - \frac{36}{13}\nu\right) A^2 s^8 + \left(\frac{16}{3} - \frac{16}{5}\nu\right) AB s^6 + \left(\left(\frac{16}{7} - \frac{16}{9}\nu\right) B^2 + \left(\frac{24}{7} - \frac{8}{3}\nu\right) AC \right) s^4 + \left(\frac{16}{5} - \frac{16}{7}\nu\right) BC s^2 + \frac{4}{3} - \frac{4}{5}\nu \right\) C^2 \left\{ + \left(1 - \frac{1}{3}\nu\right)\right]$

Die mathematisch genaue Berechnung der Flächeninhalte parabolischer Tonnengewölbe-Profile ist zuweilen etwas umständlich und erfordert zur Vermeidung grober Rechnungsverstösse beim notwendigen Rechnen mit vielen Decimalstellen grosse Achtsamkeit. Sie dient aber in erster Linie als einziges und notwendiges Hilfsmittel, bezw. als richtiger Massstab zur streng mathematischen Prüfung des Genauigkeitsgrades der aus den Näherungsberechnungen nach den Relationen 212 und 213 sich ergebenden Resultate, während gröbere Rechnungsverstösse durch Vergleichung mit letzteren Resultaten erkannt und eliminiert werden können.

227. Die Profilflächen steigender parabolischer Tonnengewölbe für eine beliebige kleinere Horizontalneigung α der Stützpunktsehne der Profilmittellinie können ohne wesentliche Beeinträchtigung der mathematischen Genauigkeit ganz so berechnet werden, als ob diese Stützpunktsehne horizontal d. h. $\operatorname{tang} \alpha = 0$ wäre, weil bei Summierung der Flächeninhalte der beiderseits der Halbierungsvertikalen der Stützpunktsehne befindlichen Gewölbeschenkel die mit positiven und negativen Werten von $\operatorname{tang} \alpha$ behafteten Glieder der betreffenden Relationen sich gegenseitig hinwegheben, die mit $\operatorname{tang}^2 \alpha$ behafteten Glieder aber wegen der verschwindenden Kleinheit dieser Werte bei den in der ausführenden Praxis vorkommenden geringen Horizontalneigungen der Stützpunktsehnen von Brückengewölben in der Regel vernachlässigt werden können.

Digitized by Google

XVIII. Kapitel.

Anwendung der im XVII. Kapitel aufgestellten allgemeinen Relationen auf Berechnung der Flächeninhalte der parabolischen Gewölbeprofile der projektierten Bahnüberbrückung.

Hierzu Figuren 7, 9, 11 und 12 (Gewölbprofile).

Als Beispiel der Anwendung der Relationen 212, 213 und 222 diene zunächst die Berechnung des Flächeninhalts des parabolischen Gewölbeprofils der Pfeilerdurchbrechungen in Kapitel XVI. Hierzu Tabelle VIII und Figur 12. Nach Tabelle VIII, Spalte 8 erhalten wir bei Benützung der Relation 212 den gesuchten Flächeninhalt des parabolischen Gewölbeprofils näherungsweise, wie folgt:

$$J = 2 \cdot 0{,}1 \left[\frac{1}{2}(0{,}150 + 0{,}4576) + 0{,}1499 + 0{,}1617 + 0{,}1827 + 0{,}2113 + 0{,}2499 + 0{,}2934 + 0{,}3456 + 0{,}4007\right] - (0{,}242 - 0{,}210)\ 0{,}095 = 0{,}4567 \text{ qm.} \qquad 228.$$

Ferner Flächeninhalt des parabolischen Gewölbeprofils bei Benützung der Näherungsrelation 213:

$$J = \frac{2 \cdot 0{,}1}{3}\left[0{,}1500 + 0{,}4007 + 4\,(0{,}1499 + 0{,}1827 + 0{,}2499 + 0{,}3456) + 2\,(0{,}1617 + 0{,}2113 + 0{,}2934)\right] + 0{,}194 \cdot 0{,}4070 = 0{,}4520 \text{ qm.} \qquad 229.$$

Bei mathematisch genauer Berechnung nach Massgabe der speciellen Grundgleichung 222 haben wir in dieselbe für q_o, s, ν, A und B die zugehörigen Werte aus den Ziffern 202, 203, 204 und 207 einzusetzen, nämlich $q_o = 0{,}15$ m, $s = 0{,}894$ m, $\nu = 0{,}333$, $A = 0{,}03072$ und $B = 1{,}0085$. Wir erhalten alsdann folgende Zahlenrelation:

$$J = 2 \cdot 0{,}15 \cdot 0{,}894\ [0{,}894^2 \{(\tfrac{16}{7} - 0{,}6667)\ 0{,}03072^2 \cdot 0{,}894^4 + (\tfrac{16}{5} + \tfrac{8 \cdot 0{,}333}{3})\ 0{,}03072 \cdot 1{,}0085 \cdot 0{,}894^2 + (\tfrac{4}{3} - 0{,}333)\ 1{,}0085^2\} + (1 - \tfrac{1}{2}0{,}333)] = 0{,}4540 \text{ qm.}$$

Vorstehendes Resultat wurde mit Hilfe fünfstelliger Logarithmen berechnet.

In ähnlicher Weise, jedoch ohne Zuhilfenahme von Logarithmen wurden auch die Flächeninhalte der Profile der parabolischen Spargewölbe über dem Hauptbrückenbogen und der Stirnflügelgewölbe mathematisch genau berechnet.

Digitized by Google

Für die Profilflächen der parabolischen Spargewölbe lieferte die Einsetzung der Werte $q_o = 0{,}15$ m, $v_o = 0{,}10$ m, $v = 0{,}333$, $s = 0{,}595$ m, $A = 0{,}3223$, $B = 1{,}369$ aus den Ziffern 153, 155, 156 und 159 in Relation 222 folgenden Flächeninhalt des parabolischen Gewölbeprofils:

230. $$J = 2 \,.\, 0{,}15 \,.\, 0{,}595 \,.\, 1{,}6319 = 0{,}2913 \text{ qm.}$$

Für die aus dem Konstruktionsplane Figur 11 herausgemessenen Werte von η_x liefert die Näherungsrelation 212 folgenden Flächeninhalt des parabolischen Spargewölbeprofils:

231. $$J = 2 \,.\, 0{,}10\ [0{,}075 + 0{,}158 + 0{,}180 + 0{,}220 + 0{,}295 + 0{,}384 + 0{,}265] - 0{,}005 \,.\, 0{,}530 - 0{,}10\ (0{,}315 - 0{,}220) = 0{,}3032 \text{ qm}$$

und die Näherungsrelation 213 [Simpsonsche Formel] den Flächeninhalt:

232. $$J = \tfrac{1}{3} \,.\, 2 \,.\, 0{,}10\ [0{,}150 + 0{,}530 + 4\ (0{,}158 + 0{,}220 + 0{,}384) + 2\ (0{,}180 + 0{,}295)] - 0{,}005 \,.\, 0{,}530 \,.\, - 0{,}10\ (0{,}315 - 0{,}220) = 0{,}2987 \text{ m.}$$

Die Näherungswerte sub 231 und 232 sind also bezw. um 4 und 2,5 % grösser als der genau berechnete Wert sub 230, welche beträchtlichen Differenzen jedenfalls hauptsächlich von der Ungenauigkeit der aus dem Plane herausgemessenen Längen herrühren.

Der Flächeninhalt des Stirnflügel-Gewölbeprofils berechnete sich mathematisch genau nach Einsetzung der Werte $q_o = 0{,}20$ m, $s = 1{,}126$ m, $v = 0{,}40$, $A = 0{,}0924$ und $B = 0{,}7030$ aus den Ziffern 176, 177 und 178 in Relation 222, wie folgt:

233. $$J = 2 \,.\, 0{,}20 \,.\, 1{,}126 \,.\, 1{,}6327 = 0{,}7354 \text{ qm.}$$

Mit Hilfe des Konstruktionsplanes, Figur 9, des parabolischen Stirnflügel-Gewölbeprofils berechnet sich für die aus demselben herausgemessenen Werte von η_x der Flächeninhalt dieses Gewölbeprofils aus Relation, 212 wie folgt:

234. $$J = 2 \,.\, 0{,}20\ (0{,}100 + 0{,}205 + 0{,}248 + 0{,}306 + 0{,}414 + 0{,}2775, + 0{,}555 \,.\, 0{,}255 = 0{,}7617 \text{ qm.}$$

Letzterer Wert ist um 3,6 % grösser als der genau berechnete Wert sub 233. Dass diese beträchtliche Differenz nicht etwa von einer zu geringen Zahl von Teilungsvertikalen herrührt, ergiebt sich aus dem Umstande, dass bei Verdoppelung der ungleichen Anzahl von Profilstreifen einer Gewölbhälfte die Berechnung des Flächeninhalts der ganzen Profilfläche nach der Simpsonschen Formel 213 ziemlich den gleichen Wert ergiebt, nämlich den Wert:

Digitized by Google

$$J = \tfrac{1}{3} \cdot 2 \cdot 0{,}10\,[0{,}200 + 0{,}555 + 4\,(0{,}202 + 0{,}226 + 0{,}277 + 0{,}360 + 0{,}484) + 2\,(0{,}205 + 0{,}248 + 0{,}306 + 0{,}414)] + 0{,}555 \cdot 0{,}255 = 0{,}7613 \text{ qm.} \quad 235.$$

Bestimmen wir nun die Werte von $\mathfrak{h}_x$ auf Grund der Tabelle VII durch Rechnung nach Relation 214, statt durch Herausmessen aus dem Konstruktionsplan, so erhalten wir:

$$\mathfrak{h}_0 = 0{,}2000 \text{ m} = q_0 \quad 236.$$
$$\mathfrak{h}_{0,2} = 0{,}1858\ (1 + 0{,}2848^2) = 0{,}2009 \text{ m}$$
$$\mathfrak{h}_{0,4} = 0{,}1716\ (1 + 0{,}5860^2) = 0{,}2305 \text{ „}$$
$$\mathfrak{h}_{0,6} = 0{,}1574\ (1 + 0{,}9234^2) = 0{,}2916 \text{ „}$$
$$\mathfrak{h}_{0,8} = 0{,}1432\ (1 + 1{,}3140^2) = 0{,}3904 \text{ „}$$
$$\mathfrak{h}_{1,0} = 0{,}1290\ (1 + 1{,}7756^2) = 0{,}5357 \text{ „}$$

und nach Einsetzung dieser Werte in Relation 212:

$$J = 2 \cdot 0{,}2\,[\tfrac{1}{2}\,(0{,}200 + 0{,}5357) + 0{,}2009 + 0{,}2305 + 0{,}2916 + 0{,}3904] + 0{,}555 \cdot 0{,}255 = 0{,}7340 \text{ qm.} \quad 237.$$

Verdoppeln wir jetzt durch geeignete Interpolation die Zahl der vertikalen Profilstreifen und berechnen für die so erhaltenen 10 Profilstreifen je einer Bogenhälfte den Flächeninhalt des Gewölbeprofils nach der Simpsonschen Formel 213, so ergiebt sich folgendes Resultat:

$$J = \tfrac{1}{3} \cdot 2 \cdot 0{,}10\,[0{,}2000 + 0{,}5357 + 4\,(0{,}2004 + 0{,}2157 + 0{,}2611 + 0{,}3410 + 0{,}4631) + 2\,(0{,}2009 + 0{,}2305 + 0{,}2916 + 0{,}3904)] + 0{,}555 \cdot 0{,}255 = 0{,}7340 \text{ qm.} \quad 238.$$

Die Fläoheninhalte sub 237 und 238 stimmen vollständig miteinander überein und differieren von dem sub 233 mathematisch genau berechneten Flächeninhalte nur um 2 pro mille, wodurch bewiesen sein dürfte, dass die Differenz der fast genau übereinstimmenden Werte sub 234 und 235 gegenüber dem mathematisch genau bestimmten Werte sub 233 ausschliesslich nur von Zeichnungs- und Messungsungenauigkeiten herrühren kann.

Es dürfte durch diese vergleichenden Berechnungen aber auch die insbesondere für die Praxis wertvolle Thatsache ziffermässig nachgewiesen sein, dass die Berechnung der Flächeninhalte parabolischer Gewölbprofile mittels der einfachen Näherungsrelationen 212 und 213 unter der Voraussetzung, dass die Werte $\mathfrak{h}_x$ nicht aus dem Plane herausgegriffen, sondern nach Relation 212 berechnet werden, bei einer nicht allzugeringen Anzahl von Gewölbstreifen Resultate liefert, welche von den nach den aufgestellten Relationen 221—226 mathematisch genau berechneten 239.

Digitized by Google

Flächeninhalten nur ganz minimal abweichen, so dass hiernach die Berechnung der Flächeninhalte parabolischer Tonnengewölbe-Profile mit einem allen praktischen Anforderungen entsprechenden Grade der Genauigkeit an Einfachheit nichts zu wünschen übrig lassen dürfte.

Was nun schliesslich die Flächeninhaltsberechnung des Hauptbrückenbogen-Profils anbelangt, so liefert die Näherungsrelation 212 für die Abscissenwerte $x = \pm s = \pm 9{,}0$ m beider Stützpunkte der Profilmittellinie des parabolischen Gewölbes ohne Rücksicht auf die Fundamentverbreiterungen mit Hilfe der berechneten Werte der Tabelle I, Spalte 8, unter Zuhilfenahme des Konstruktionsplanes, Figur 7, für die notwendigen Ergänzungsmessungen an den Bogenenden folgenden Flächeninhalt des parabolischen Hauptgewölbe-Profils:

240. $J = 2 \cdot 1{,}0\ [\frac{1}{2}\ (0{,}4500 + 2{,}3337) + 0{,}4517 + 0{,}4570 + 0{,}4669 + 0{,}4834 + 0{,}5114 + 0{,}5587 + 0{,}6384 + 0{,}7678] - (1{,}358 - 0{,}975)\ 0{,}438 = \mathbf{13{,}978}$ qm.

Die mathematisch genaue Berechnung des Flächeninhalts dieses parabolischen Gewölbeprofils liefert, um auch ein Beispiel der Anwendung der Relation 224 zu geben, bei Annahme eines konstanten Wertes $q_o = 0{,}40$ m für sämtliche Vertikalprojektionen der normalen Gewölbstärken nach Einsetzung der Werte $q_o = 0{,}40$ m, $s = 9{,}0$ m, $A = 0{,}000002561$, $B = 0{,}0001298$ und $C = 0{,}050710$ aus den Ziffern 53, 68 und 75 in vorbezeichnete Relation folgenden Wert:

241. $J = 2 \cdot 0{,}40 \cdot 9{,}0\ [9{,}0^2 \{\ 0{,}000923983 + 0{,}00094219 + 0{,}00317345 + 0{,}00170609 + 0{,}00342866\ \{ + 0{,}936] = 7{,}2 \cdot 1{,}787124 = \mathbf{12{,}867}$ qm.

Dagegen berechnet sich der Flächeninhalt des in Figur 5 dargestellten Hauptgewölbe-Profils mit nach Massgabe der Gleichung 74

$$v_x = q_x \cos \varphi_x = 0{,}45\ (1 - 0{,}001372\ x^2)$$

abnehmenden Vertikalprojektionen der normalen Gewölbstärken ohne Rücksicht auf die Fundamentverbreiterungen nach Einsetzung der Bestimmungsgrössen $q_o = 0{,}450$ m, $\nu = 0{,}111$, $s = 9{,}0$ m, $A = 0{,}000002561$, $B = 0{,}0001298$ und $C = 0{,}050710$ in die allgemeine Relation 226, wie folgt:

Digitized by Google

$$J = 2.0{,}45\,.\,9{,}0\,[9{,}0^2 \Big\{ \left(\frac{36}{11} - \frac{36\,.\,0{,}111}{13}\right) 0{,}000002561^2\,.\,9{,}0^8 + \left(\frac{16}{3} - \frac{16\,.\,0{,}111}{5}\right).\,0{,}000002561\,.\,0{,}0001298\,.\,9{,}0^6 + \Big(\left(\frac{16}{7} - \frac{16\,.\,0{,}111}{9}\right) 0{,}0001298^2 + \left(\frac{24}{7} - \frac{24\,.\,0{,}111}{9}\right) 0{,}000002561\,.\,0{,}05071\Big)\,9{,}0^4 + \left(\frac{16}{5} - \frac{16\,.\,0{,}111}{7}\right).\,0{,}0001298\,.\,0{,}05071\,.\,9{,}0^2 + \left(\frac{4}{3} - \frac{4\,.\,0{,}111}{5}\right) 0{,}05071^2 \Big\} + \left(1 - \frac{0{,}111}{3}\right)] \qquad 242.$$

$$= 8{,}10\,[81 \Big\{ 0{,}00085236 + 0{,}000879433 + 0{,}00290033 + 0{,}00157083 + 0{,}00319313 \Big\} + 0{,}963] = 8{,}1\,.\,1{,}72408 = \mathbf{13{,}965}\ \text{qm}.$$

Dieser mit Hilfe 7-stelliger Logarithmen berechnete, mathematisch genaue Wert unterscheidet sich von dem Näherungswert sub 238 J = 13,978 qm nur um 0,013 qm, d. h. nur um nicht ganz 1 pro mille, was einen neuen beweiskräftigen Beleg für die Richtigkeit der sub 239 konstatierten Thatsache liefert.

Hiermit dürfte die Anwendung aller in Kapitel XVII aufgestellten Relationen zur Berechnung der Flächeninhalte parabolischer Tonnengewölbe-Profile hinreichend erläutert und erprobt sein.

XIX. Kapitel.

Schlussresumé.

Die allgemeinen Hauptergebnisse der vorstehenden Darlegungen, Entwicklungen und Nachweise über Berechnung und Konstruktion gewölbter Brücken, Ergebnisse, wie sie in konsequenter, praktischer Anwendung auf die statische Berechnung vorliegender gewölbter Bahnüberbrückung, als eines durchwegs nach strengen statischen Normen organisch gegliederten Bauwerkes, vor Augen geführt und rechnerisch erprobt sind, lassen sich in Kürzé, wie folgt, zusammenfassen:

I. Die allgemeine Grundregel für rationelle Konstruktion von Ingenieurbauwerken, wonach letztere in Bezug auf Standfestigkeit und rationelle Materialersparnis allen Anforderungen am vollkommensten entsprechen, wenn ihre sämtlichen Bestandteile so angeordnet sind, dass die

Digitized by Google

von ihnen gegen den Angriff der äusseren Kräfte zu leistenden Widerstände die relativ kleinsten Materialquerschnitte erfordern, und wenn ferner die Flächeninhalte sämtlicher Materialquerschnitte den ungünstigsten Beanspruchungen nach Massgabe der Widerstandskraft des Materials entsprechend bestimmt sind, auf Brückengewölbe angewandt, führt folgerichtig zu nachstehendem Satze:

Ein Brückengewölbe wird allen in Bezug auf Standfestigkeit und rationelle Materialersparnis an dasselbe zu stellenden Anforderungen dann am vollkommensten genügen, wenn die Mitteldruckslinie für ständige Belastung des Gewölbes mit der Mittellinie des Gewölbeprofils koincidiert und wenn ausserdem die Gewölbestärken den auf die Gewölbequerschnitte wirkenden grössten Druckresultanten entsprechend bestimmt sind.

II. Vorbezeichnete konstruktive Grundregel für grösstmögliche Standfestigkeit bei rationeller Materialersparung gewölbter Brücken setzt aber voraus und kommt erst dann zur vollen Geltung, wenn durch die Ausführung des Bauwerkes den Grundbedingungen I und II in Kapitel II betreffs gleicher Druckfestigkeit des Gewölbematerials in allen Punkten je eines und desselben normalen Gewölbequerschnittes, sowie auch gleicher Druckfestigkeit des Baugrundes an allen Punkten jeder der beiden Fundamentsohlen des Brückengewölbes oder einer Reihe durch Pfeilerstellungen voneinander getrennter Brückengewölbe Genüge geleistet wird.

III. Unter der Voraussetzung, dass auf ein Brückengewölbe nur vertikale Lasten wirken, hat die Profilmittellinie eines solchen, den Bedingungen I und II dieses Kapitels genügenden Brückengewölbes stets die Form einer Parabel höherer Ordnung, deren Scheitelgleichung bei einer in Bezug auf die Halbierungsvertikale der Gewölbespannweite als Ordinatenaxe eines rechtwinkligen Koordinatensystems symmetrischen Belastungsanordnung gemäss Ziffer 9 von folgender allgemeiner Form ist:

a. $$y = Ax^{2n} + Bx^{2(n-1)} + Cx^{2(n-2)} + \ldots\ldots + Mx^4 + Nx^2$$
$$= x^2(Ax^{2(n-1)} + Bx^{2(n-2)} + Cx^{2(n-3)} + \ldots\ldots + Mx^2 + N),$$

während die Vertikalneigungen φ_x der Normalen zur Profilmittellinie nach den Entwicklungen des Kapitels III

Digitized by Google

durch eine Gleichung von folgender allgemeinen Form bestimmt werden:

$$\tan\varphi_x = \frac{dy}{dx} = 2nAx^{2n-1} + 2(n-1)Bx^{2n-3} + 2(n-2)Cx^{2n-5} \text{ b.}$$
$$+ \ldots\ldots\ldots + 4Mx^3 + 2Nx$$
$$= x(2nAx^{2(n-1)} + 2(n-1)Bx^{2(n-2)} + 2(n-2)$$
$$Cx^{2(n-3)} + \ldots\ldots\ldots + 4Mx^2 + 2N).$$

Für auszuführende parabolische Brückengewölbe kommen indess, wie Kapitel III zeigt, zur Bestimmung der Profilmittellinie und der zugehörigen Werte von $\tan\varphi_x$ in der Regel nur Relationen mit 2 bis 3 Gleichungsgliedern, d. h. für Bestimmung der Ordinatenwerte nur Parabelgleichungen 6. und 4. Ordnung, für Bestimmung der Werte von $\tan\varphi_x$ nur Parabelgleichungen 5. und 3. Ordnung zur Anwendung.

Für unter einem Winkel α gegen den Horizont geneigte Lage der Stützpunktsehne der Profilmittellinie kommt nach Kapitel XIII unter Beibehaltung des gleichen Koordinatensystems zu den Gleichungsgliedern auf der rechten Seite des Gleichheitszeichens bei Gleichung a noch das Glied $\pm x\tan\alpha$, bei Gleichung b das entsprechende Glied $\pm \tan\alpha$ hinzu.

Wegen der parabolischen Form der Profilmittellinien der den Bedingungen I, II und III dieses Kapitels genügenden Brückengewölbe dürfte die von mir gewählte Bezeichnung derselben als „parabolische Brückengewölbe im engeren Sinne“ gerechtfertigt sein.

IV. Die Anordnung besonderer Mauerkörper mit von der Profilform der Brückengewölbe wesentlich abweichender Profilform als zwischen dem eigentlichen Gewölbe und dem Baugrunde vermittelnder Zwischenglieder — sogenannter Widerlager — entbehrt jeder statischen Begründung und steht daher nicht im Einklange mit rationellen Konstruktionsprincipien. — Die Brückengewölbe sind vielmehr, soweit sie sich nicht bei Brücken mit mehreren überwölbten Öffnungen ganz oder teilweise auf vertikale Zwischenpfeiler stützen, beiderseits, natürlich mit den für Fundamentverbreiterung zur Erzielung einer entsprechenden Abminderung des specifischen Druckes auf den Baugrund erforderlichen Verstärkungen, bis zum Baugrunde hinabzuführen.

V. Für richtige Berechnung und Konstruktion der parabo-

Digitized by Google

lischen Gewölbeprofile ist das statisch-mathematisch und experimentell als richtig nachgewiesene „Grundgesetz des Horizontalschubs versteifter Tragbögen kontinuierlichen Systems“, soweit bei solchen Berechnungen die veränderliche Verkehrslast nicht in Betracht kommt, allein gültig und massgebend. Anderen Falles ist das Grundgesetz des Horizontalschubs wenigstens in Bezug auf die Berechnung der Profilmittellinien parabolischer Brückengewölbe als Mitteldruckslinien für das ständige Eigengewicht der Brücken ganz allgemein für alle parabolischen Brückengewölbe ausschliesslich massgebend.

Dem Grundgesetze des Horizontalschubs gemäss sollen die Stützebenen eines parabolischen Brückengewölbes im Baugrunde stets normal stehen zur Profilmittellinie desselben, bezw. durch eine diese normalen Stützebenen nach statischen Gesetzen ersetzende Kombination von Ebenen oder durch entsprechend gekrümmte Flächen ersetzt sein. (Vergl. Kapitel III und V.)

VI. Handelt es sich aber um Berechnung der grössten Beanspruchungen des Gewölbematerials durch die veränderlichen Verkehrsbelastungen, so ist bei parabolischen Brückengewölben zufolge des Anpassungs- oder Akkommodierungsvermögens des Gewölbematerials an die wirkenden äusseren Kräfte, wie bewiesen wurde, in der Regel das Hagen'sche „Princip der sichersten Mitteldruckslinie massgebend. (Vergl. Kapitel VI, XI und XII.)

VII. Dieses Princip der sichersten Mitteldruckslinie dürfte indessen bei parabolischen Brückengewölben nur innerhalb gewisser Grenzen notwendig oder zweckmässig in Anwendung zu bringen sein, nämlich in allen denjenigen Fällen, wo sich für das mit konstanten Vertikalprojektionen der normalen Gewölbstärken unter Annahme 10—15facher Sicherheit gegen Zerdrücken bei grösster symmetrischer Vollbelastung berechnete und konstruierte Gewölbeprofil unter der Wirkung ungünstigster Verkehrsbelastung im Bogenscheitel nach dem Grundgesetze des Horizontalschubs grösste Kantenspannungen berechnen, welche die zulässigen Maximalbeanspruchungen sehr beträchtlich überschreiten.

Dies dürfte indessen in der Regel nur der Fall sein bei

Digitized by Google

Brückengewölben, deren in der vorangegebenen Weise berechneten Scheitelstärken zwischen 0,06 und 0,60 m liegen, wenn anders man bei kleineren Brückengewölben, wie solches z. B. bei den Spargewölben des vorliegenden Brückenprojektes in Kapitel XIV geschah, aus Gründen der solideren Ausführung in Bruchsteinmauerwerk oder Portlandcement-Stampfbeton unter eine Gewölbestärke von 0,15 m Bogenscheitel principiell nicht hinabgehen will.

VIII. Hat man daher den Normen der neuen Gewölbetheorie gemäss das Profil eines parabolischen Brückengewölbes derart berechnet, dass die Profilmittellinie mit der Mitteldruckslinie der ständigen Brückenbelastung koincidiert und bei konstanten Vertikalprojektionen der normalen Gewölbestärken die Gewölbestärke im Bogenscheitel in der sub VII bezeichneten Art bestimmt ist, so hat man zur Kontrolle der ausreichenden Gewölbestärke noch die grösstmöglichen Kantenspannungen im Bogenscheitel durch die Wirkung konzentrierter Verkehrslasten nach Massgabe des Grundgesetzes des Horizontalschubs mit Hilfe der in Kapitel IX und sub Ziffer 5 für diesen Zweck aufgestellten einfachen Relationen zu berechnen. Hier sind nun je nach dem Ergebnisse der Berechnung 3 Fälle möglich:

a) Die berechneten Kantenspannungen im Bogenscheitel überschreiten die zulässigen Maximalspannungen **nicht.**

In diesem Falle genügt das berechnete Gewölbeprofil reichlich und die Wirkungen der veränderlichen Verkehrsbelastung kommen für die Berechnung des Brückengewölbes nicht weiter in Betracht. Eventuell kann die Gewölbestärke in diesem Falle noch entsprechend abgemindert werden.

b) Die berechneten Kantenspannungen im Bogenscheitel überschreiten entweder an beiden Scheitelkanten oder bloss an der auf Zug beanspruchten Scheitelkante die zulässige Maximalspannung **nicht sehr beträchtlich.**

Auch in diesem Falle dürfte das in vorbezeichneter Weise berechnete Gewölbeprofil mit konstanten Vertikalprojektionen der normalen Gewölbestärken, bezw. das entsprechende Gewölbeprofil mit vom Scheitel aus nach einem bestimmten Gesetze abnehmenden Vertikalprojek-

Digitized by Google

tionen der normalen Gewölbestärken meistenteils genügen und eine besondere Berücksichtigung veränderlicher Belastungen zur Berechnung der definitiven Scheitelstärke des Gewölbes entbehrlich sein. Doch können hier zuweilen Umstände eintreten, welche es zu vermehrter Sicherheit angezeigt erscheinen lassen, die Gewölbestärke im Bogenscheitel mit Hilfe einer der Relationen 6 so zu berechnen, dass die grössten Zugspannungen bei dem nach Massgabe des Grundgesetzes des Horizontalschubs berechneten Werte der Excentricität e daselbst die grösstzulässige Zugspannung entweder gar nicht, oder doch entsprechend weniger überschreiten, als bei dem erstberechneten parabolischen Gewölbeprofil, und alsdann die Vertikalprojektionen der normalen Gewölbestärken vom Scheitel gegen die beiderseitigen Stützflächen hin in geeigneter Weise abnehmen zu lassen.

c) Die berechneten Kantenspannungen im Gewölbescheitel überschreiten entweder in beiden Gewölbekanten oder bloss in der auf Zug beanspruchten Gewölbekante die zulässigen Maximalbeanspruchungen des Gewölbematerials **sehr beträchtlich.**

Hier liegt der sub VII bezeichnete Fall vor und es erscheint in diesem Falle angezeigt, sich der Mühe zu unterziehen, die etwas umständlichere Berechnung der Excentricität e_o des Horizontalschubs der Gesamtbelastung im Bogenscheitel bei ungünstigster veränderlicher Verkehrsbelastung unter Zugrundelegung des Princips der sichersten Mitteldruckslinie nach Anleitung der Kapitel VII und IX und der zugehörigen Zahlenbeispiele (vid. Tabellen II, III und IV) durchzuführen, um alsdann die entsprechende verbesserte Gewölbestärke im Bogenscheitel entweder auf dem Versuchswege oder direkt nach Ziffer 6 so zu bestimmen, dass die grösstzulässige Zugspannung für die sicherste Mitteldruckslinie der ungünstigsten Gesamtbelastung nicht überschritten oder noch besser gar nicht erreicht wird. Die weitere Berechnung und Konstruktion des parabolischen Gewölbeprofils erfolgt natürlich alsdann in der Regel mit entsprechend abnehmenden Vertikalprojektionen der normalen Gewölbestärken.

IX. Bei grossen und weitgespannten Brückengewölben wird

Digitized by Google

infolge des dominierenden Eigengewichtes des Bauwerkes in der Regel der Fall VIIIa eintreten und es ist daher für die in einfachster Weise nach den in Kapitel III aufgestellten allgemeinen Normen durchzuführende Berechnung und Konstruktion der zugehörigen parabolischen Gewölbeprofile das Grundgesetz des Horizontalschubs allein und ausschliesslich massgebend. Nur hat man hiebei zu beachten, dass für Berechnung der Scheitelstärke q_o des Gewölbes in Relation 21 statt b_o die reduzierte Belastungshöhe der grössten symmetrischen Vollbelastung im Bogenscheitel einzusetzen ist. Die Berechnung des parabolischen Gewölbeprofils gestaltet sich hienach gerade bei grossen und weitgespannten Brückengewölben prinzipiell höchst einfach.

Gleiches gilt, wie die Berechnung der kleineren parabolischen Gewölbeprofile in den Kapiteln XIV—XVI beweist, auch für parabolische Tonnengewölbe mit kleinen Spannweiten, bei welch letzteren sich ausserdem noch die Berechnung der Profilmittellinie nach den Relationen 29—38 sehr einfach gestaltet.

X. Wie in den Kapiteln VI, XI und XII nachgewiesen wurde, ist eine annähernd richtige und sichere Berechnung der wirklichen Beanspruchungen eines Brückengewölbes durch die auf dasselbe wirkenden Belastungen nur bei den nach den strengen Normen der neuen Gewölbetheorie berechneten, konstruierten und ausgeführten Brückengewölben möglich.

Bei gewölbten Brücken, welche nach Art des grössten Teiles aller bisher ausgeführten gewölbten Brücken nicht nach den Normen einer streng mathematisch begründeten und mit den Naturgesetzen übereinstimmenden Gewölbetheorie berechnet, konstruiert und ausgeführt sind, ist, wie bewiesen wurde, eine hinreichend verlässige Berechnung sowohl der durch das Eigengewicht des Bauwerkes, als auch der durch die ungünstigsten zufälligen Belastungen erzeugten specifischen Beanspruchungen des Gewölbematerials nicht möglich und kann daher die Standfestigkeit solcher Brücken niemals auf Grund statischer Berechnungen gewährleistet werden.

XI. Parabolische Brückengewölbe können innerhalb der für

Digitized by Google

die Baupraxis in Betracht kommenden Grenzen für jede Spannweite und jedes beliebige Verdrückungsverhältnis ausgeführt werden und dürften die eminenten Vorzüge parabolischer Brückengewölbe bei steileren Verdrückungsverhältnissen und grösseren Spannweiten noch mehr zur Geltung kommen, als bei flachen Verdrückungsverhältnissen und kleineren Spannweiten.

XII. Die parabolischen Brückengewölbe genügen aber nicht nur den höchsten und strengsten Anforderungen in statischer und ökonomischer Beziehung, sondern sie befriedigen auch durch ihre kühnen Bogensprengungen und die graziös elastische Schwingung ihrer Bogenform im höchsten Grade das ästhetische Gefühl des für wahre Formenschönheit empfindsamen Beschauers und dürften daher zur Erhöhung des landschaftlichen Reizes der Gegenden, in welchen derartige grosse Steinbauwerke mit parabolischen Gewölben zur Ausführung gelangen, ganz besonders beitragen.

Der vorliegende Entwurf einer gewölbten Bahnüberbrückung stellt speziell den Typus eines nach den Normen der neuen Gewölbetheorie organisch gegliederten Bauwerkes dar, wie solcher namentlich für parabolisch gewölbte Brücken von grösseren Dimensionen und Spannweiten mit Vorteil anwendbar sein dürfte.

Bezüglich der unabsehbaren praktischen Tragweite der neuen Gewölbetheorie für unser gesamtes Bauwesen bedarf es wohl nach allen bisherigen Darlegungen und Nachweisen keiner weiteren Ausführung.

REESE LIBRARY OF THE UNIVERSITY OF CALIFORNIA

Digitized by Google

Vom gleichen Verfasser sind bereits früher erschienen und durch den Kommissionsverlag der **Nationalen Verlagsanstalt** (früher G. J. Manz) **Regensburg,** sowie durch alle Buchhandlungen des In- und Auslandes zu beziehen:

Die Theorie
der parabolischen und elliptischen Bögen
in ihrer Anwendung auf Eisenkonstruktionen,

oder:

Neues Berechnungs- und Konstruktionsverfahren aller versteiften Systeme kontinuierlicher Tragbögen aus Schmied- und Walzeisen,

unter der Bedingung grösster Materialersparnis

einschliesslich der parabolischen Fachwerksbalken mit besonderer Rücksicht auf das praktische Bedürfnis des ausführenden Ingenieurs kurz und übersichtlich dargestellt, sowie mit konsequent durchgeführten Zahlenbeispielen erläutert.

Mit 27 Figurentafeln.

Preis 3 Mk. 40 Pf.

Kritische Betrachtungen
über die Navier'sche Bogentheorie und die neuere Elasticitätstheorie kontinuierlicher Fachwerkstragbögen.

Mit einem Blatte graphischer Darstellungen.

Regensburg 1897.

Preis 1 Mk. 80 Pf.

Digitized by Google

Kommissionsverlag der **Nationalen Verlagsanstalt** (früher G. J. Manz) **Regensburg.**

Ferner erschienen von demselben Verfasser:

Das Grundgesetz des Horizontalschubs

versteifter Tragbögen kontinuierlichen Systems,

statisch-mathematisch
und experimentell nachgewiesen.

Mit Autotypien des Autors und des Versuchsapparates, Textfiguren und fünf Blättern graphischer Darstellungen nach Handzeichnungen des Autors.

Regensburg 1897.

Preis 3 Mark.

Mit Gott für Licht und Wahrheit.

Offenes Schreiben

an

Seine Excellenz den Königl. Preussischen Staatsminister der öffentlichen Arbeiten in Berlin.

Betreff:

Neue Theorie der Ingenieurbauwerke.

Mit Porträt des Verfassers.

Preis 80 Pf.

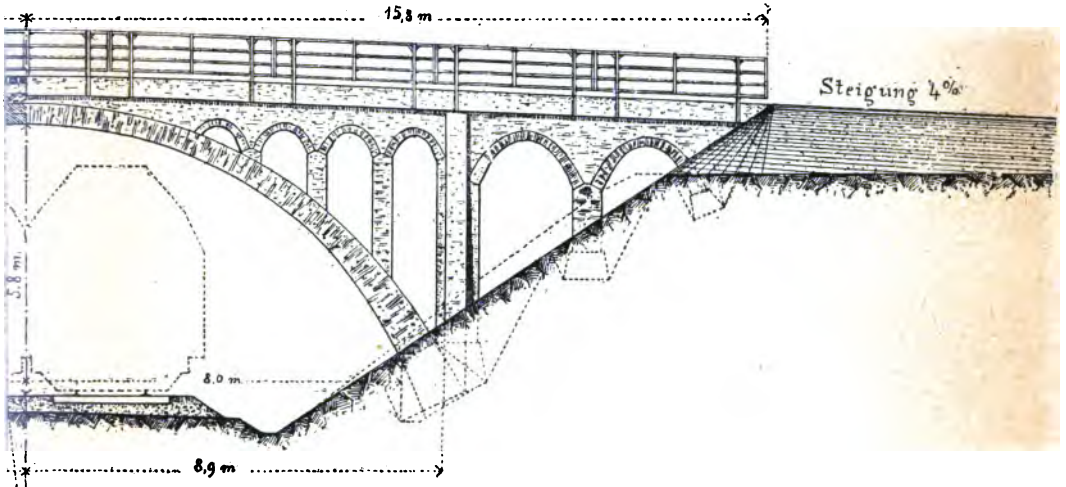
Digitized by Google

Wegbrücke

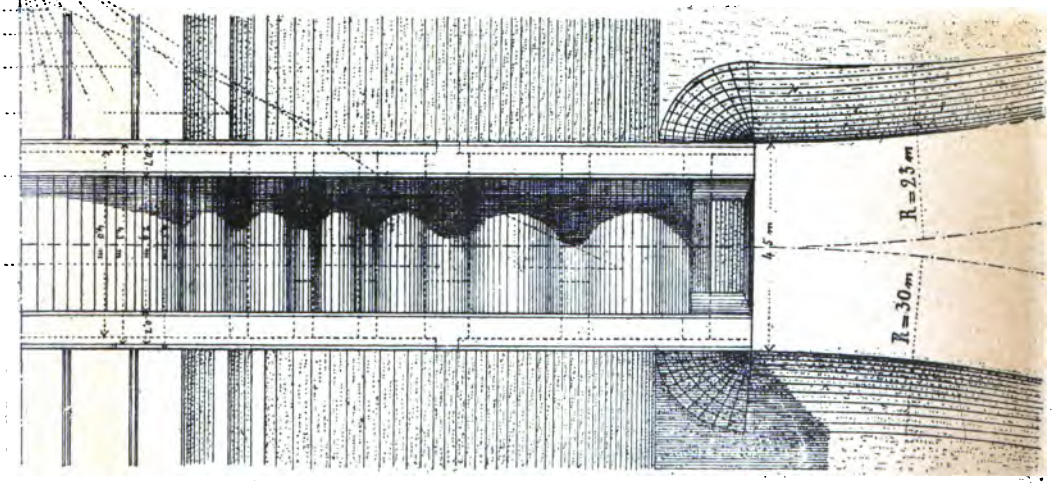
isigen Bahneinschnitt.

mpfbeton auszuführen.)

Ansicht.



Grundriss
mit entblösstem Gewölberücken.



Digitized by Google

Kommissionsverlag der **Nationalen Verlagsanstalt** (früher G. J. Manz) **Regensburg**.

Ferner erschienen von demselben Verfasser:

Das Grundgesetz des Horizontalschubs

versteifter Tragbögen kontinuierlichen Systems,

statisch-mathematisch
und experimentell nachgewiesen.

Mit Autotypien des Autors und des Versuchsapparates, Textfiguren und fünf Blättern graphischer Darstellungen nach Handzeichnungen des Autors.

Regensburg 1897.

Preis 3 Mark.

Mit Gott für Licht und Wahrheit.

Offenes Schreiben

an

Seine Excellenz den Königl. Preussischen Staatsminister der öffentlichen Arbeiten in Berlin.

Betreff:

Neue Theorie der Ingenieurbauwerke.

Mit Porträt des Verfassers.

Preis 80 Pf.

Digitized by Google

Digitized by Google

REESE LIBRARY
OF THE
UNIVERSITY
OF CALIFORNIA

Digitized by Google

Digitized by Google

REESE LIBRARY
OF THE
UNIVERSITY
OF CALIFORNIA

Digitized by Google

Digitized by Google

REESE LIBRARY
OF THE
UNIVERSITY
OF CALIFORNIA

Digitized by Google

Digitized by Google

REESE LIBRARY
OF THE
UNIVERSITY
OF CALIFORNIA

Digitized by Google

Digitized by Google

REESE LIBRARY
OF THE
UNIVERSITY
OF CALIFORNIA

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

YC 13003

Digitized by Google

Digitized by Google